با ج د والّا بر نقطه ه خط ه ل را موازات ج د رسم میکنیم انوقت دو زاویه ل ه د و ه د ج چون متبادله داخله اند متساوی باشند و بنا بر فرض ا ه د مساوی بود با ه د ج پس ا ه د مساوی میشود با ل ه د و این محال است

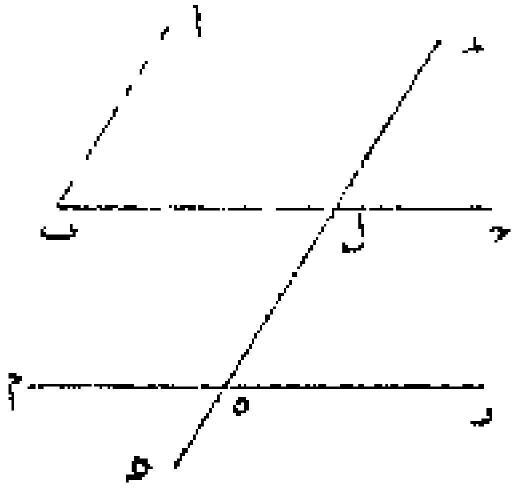
ثانیاً اگر دو زاویه متبادله خارجه ط ه ب و ج د ح متساوی باشند دو زاویه ا ه د و ه د ج مقابله راس با آن دو زاویه متساوی میشوند و انوقت بنا بر حکم اول ا ب موازی میشود با ج د

ثالثاً اگر دو زاویه خارجه و داخله متقابله ط ه ب و ه د ج متساوی باشند و چون ط ه ب مساویست با ا ه د پس ا ه د مساوی شود با ه د ج و بحکم اول ا ب موازی شود با ج د

رابعاً اگر مجموع دو زاویه ب ه د و ه د ج مساوی باشد با دو قائمه و چون ب ه د + ا ه د = ۲ق پس ا ه د = ه د ج و ا ب موازی شود با ج د

قضیه بیست و هشتم

هرگاه اضلاع دو زاویه متوازی باشند پس آن دو زاویه متساوی هستند یا تمام همدیگراند تا دو قائمه

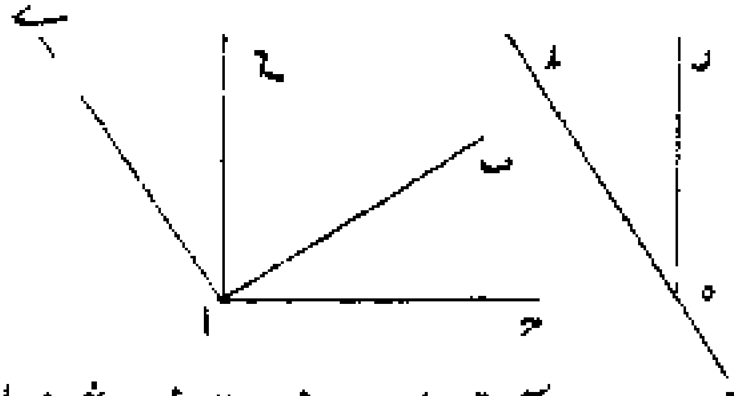


دو زاویه مفروضه ا ب ج است و م ه د که اضلاعشان متوازی هستند و ممتد در یکجهه پس گوئیم این دو زاویه متساوی هستند زیرا که دو زاویه م ل ج و م ه د چون متقابله اند متساوی باشند و همچنین م ل ج = ا ب ج پس ا ب ج = م ه د

ثانیاً دو زاویه مفروضه ا ب ج است و م ه م که اضلاعشان متوازی باشند
ولی دو ضلع ب ا و ه م در یک جهه ممتد اند و دو ضلع ب ج و ه م در دو جهة مخالف
گوئیم تمام همدیگر اند تا دو قائمه زیرا که م ه م تمام د ه د است و د ه د مساویست ا ب ج

قضیهٔ بیست و نهم

هرگاه اضلاع دو زاویه عمود باشند بر همدیگر اند و زاویه متساوی مستند یا تمام همدیگر

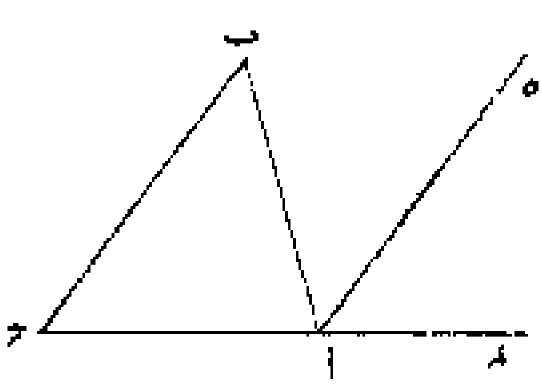


دو زاویه که اضلاعشان ج و د باشند بر همدیگر ب ا ج است و د ه د پس از نقطهٔ ا خط آ ا را عمود میکنیم بر ا ب و خط ا ج را بر ا ج آن وقت این دو خط متوازی میشوند با د ه و ه د و هم ممتد اند در یک جهت پس زاویه ∠ا ج = د ه د ولی ∠ا ج + ج ا ب = آ و ب ا ج + ج ا ب = آ پس ∠ا ج = ب ا ج

شرح – هرگاه بجای د ه د زاویه د ه ط را اختیار کنیم که حادث شده است ما بین ه د و استقامت د ه ظاهر است که این زاویه تمام ب ا ج است تا دو قائمه

قضیهٔ سی ام

مجموع زوایای هر مثلث مساویست بدو قائمه



برهان ا ه را بموازات ب ج رسم کنیم و ج ا را امتداد دهیم آنوقت دو زاویه ا ج ب و ه ا د چون نسبت بدو متوازی ب ج و ه ا و ب ا تقاطع

اﺣ مقابله اند متساوی باشند و دو زاویه ﺣب ا و ب اﻫ چون متبادله اند
نسبت بهان دو متوازی و بقاطع اب متساوی هستند پس مجموع زوایای مثلث مساوی
شد بمجموع سه زاویه ﺣاب و ب اﻫ و ﻫ اد حادثه حول نقطه ا و در یک سمت حد
و جمع ثانی مساویست با دو قائمه پس جمع اول نیز دو قائمه است

نتیجه ۱ در هر مثلث ممکن نیست بیش از یک زاویه قائمه موجود شود و بدلیل اولی بیش از یک زاویه منفرجه

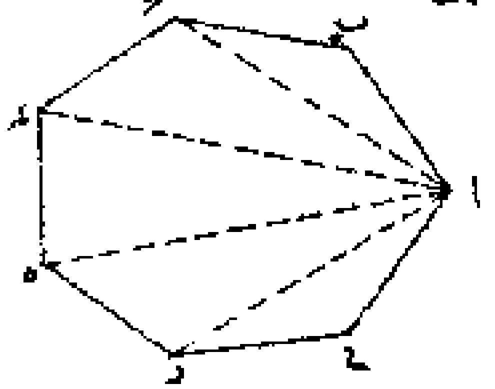
۲ – در مثلث قائم الزاویه مجموع دو زاویه حاده مساویست بیک قائمه

۳ – در مثلث هر گاه مجموع دو زاویه معلوم باشد اگر از دو قائمه تفریق کنیم باقی زاویه سیم است

۴ – در مثلث ا ب ﺣ زاویه خارجه ب ا ﻫ حادثه مابین ضلع ب ا و امتداد ا ﺣ مساویست بمجموع دو زاویه داخله ﺣ ب ا و ب ﺣ ا

قضیۀ سی و یکم

مجموع زوایای داخله هر کثیر الاضلاع محدب مساویست بعدد اضلاعش منتهای دو ضرب بدو قائمه



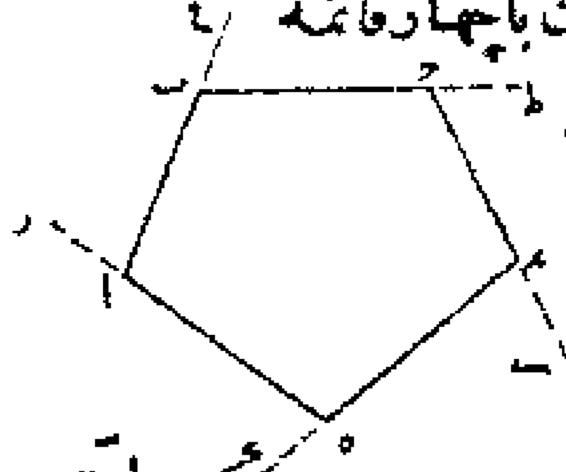
برهان از یکی از رؤس مثلا ا اقطاری کشیده ایم که منتهی شوند بجمیع رؤس غیر مجاوره تا کثیر الاضلاع بمثلثات قسمت شود و عدد این مثلثات برابر است با عدد اضلاع منهای دو زیرا که چون نقطه ا را رأس مشترک جمیع قرار دهیم قاعده هر کدام ضلعی میشود از کثیر الاضلاع غیر از دو مثلث طرفین که هر کدام صاحب دو ضلع میشوند و مجموع زوایای این مثلثات مساویست بمجموع زوایای کثیر الاضلاع و اینحاصل جمع بعدد مثلثات مرکب از

دو قائمه است یعنی دو واحد کمتر از عدد اضلاع شامل دو قائمه است پس اگر عدد اضلاع را ع فرض کنیم مجموع زوایای کثیر الاضلاع بحسب قائمه چنین میشود

$$۲ع-۴ \text{ یا } ۲\times(ع-۲)$$

قضیه سی و دوم

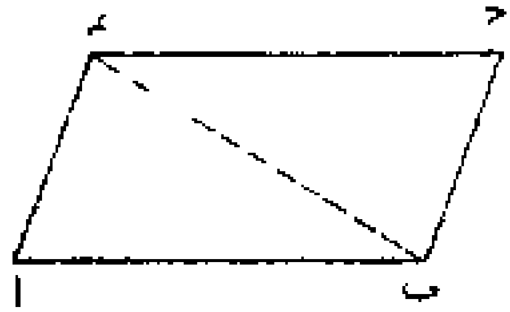
چون جمیع اضلاع کثیر الاضلاع محدب را بیک جهة امتداد دهیم مجموع زوایای خارجه که حادث شود مساویست با چهار قائمه



برهان هر زاویه داخل باضافه خارجه مجاورش مساویست با دو قائمه پس مجموع زوایای داخله و خارجه کثیر الاضلاع مساویست با ۲ع قائمه (ع عدد اضلاع است) و چون مجموع زوایای داخله مساوی شد با (۲ع-۴) قائمه پس مجموع زوایای خارجه بقدر فضل جمع اول است بر ثانی یعنی ۴ قائمه

قضیه سی و سیم

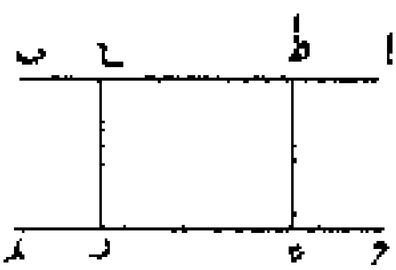
در شکل متوازی الاضلاع هر دو ضلع مقابل متساوی باشند و همچنین هر دو زاویه مقابله



برهان - قطر ب د را وصل کنید آنوقت در دو مثلث ا د ب و د ب ج ضلع ب د مشترک است و نسبت بدو خط متوازی ا د و ب ج زاویه ا د ب = د ب ج و ع۲) و نسبت بدو خط متوازی ا ب و ج د زاویه ا ب د = ب د ج

پس این دو مثلث متساوی باشند و ضلع اب مقابل بزاویه ادب
مساوی میشود با ضلع دج مقابل بزاویه دبج و همچنین ضلع سیم اد مساوی
میشود با ضلع بج یعنی که هر دو ضلع متقابل متساوی باشند ثانیاً از تساوی همه
مثلث زاویه ا مساوی میشود بزاویه ج و زاویه ادج مرکب از دو زاویه ادب
و بدج = زاویه ابج مرکب از دو زاویه دبج + ابد یعنی که دو زاویه متقابل
متساوی باشند

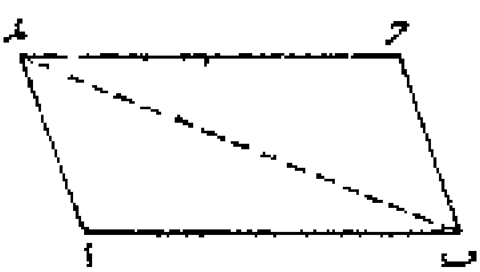
نتیجه ۱ــ هر دو خط متوازی مثل اب و جد که واقع باشند مابین دو متوازی
دیگر اد و بج متساوی باشند



نتیجه ۲ــ فاصله دو خط متوازی همه جا یکی است
زیرا که چون از دو نقطه ط ح از متوازی اب
دو عمود ط ه و ح د را اخراج کنیم این دو خط
متوازی میشوند و متساوی چون واقع شده اند مابین دو متوازی

قضیه سی و چهارم ۳۴

هرگاه در ذی اربعه اضلاع ابجد هر دو ضلع متقابل متساوی باشد
اب = جد و اد = بج گوئیم اضلاع متساوی نیز متوازی هستند و شکل
متوازی الاضلاع است



برهان قطر بد را وصل میکنیم و دو مثلث
ابد و بدج چون اضلاعشان نظیر بنظیر
متساویست متساوی باشند و زاویه ادب
مقابله بضلع اب مساویست بازاویه دبج مقابله بضلع جد پس

ضلع اد موازیست با ب ج و بهمان دلیل اب موازیست با ج د پس شکل ابجد
متوازی الاضلاع است

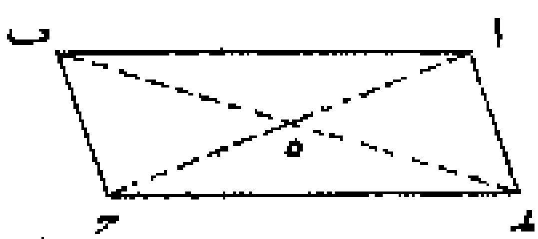
۳۵ قضیه سی و پنجم

هرگاه در ذوار بعة الاضلاعی (شکل سابق) دو ضلع مقابل اب و جد
متساوی و متوازی باشند پس دو ضلع دیگر نیز متساوی و متوازی هستند
و شکل ابجد متوازی الاضلاع است

برهان قطر بد را وصل کنید آنوقت چون اب موازی است با جد دو زاویه
متبادله داخله ابد و بدج متساوی است ق ۲۴ و بفرض اب = جد و
ضلع بد مشترک پس مثلث ابد مساویست با بدج ق ۶ پس ضلع
اد = بج و زاویه ادب = دبج و بنابراین اد موازیست با بج
و شکل ابجد متوازی الاضلاع است

قضیه سی و ششم

دو قطر اج و بد از متوازی الاضلاع ابجد منصف همدیگراند
بنقطه تقاطع ه



برهان در مقایسه دو مثلث اده و جه ب ضلع
اد = جب و زاویه اده = جبه ق ۲۶ و زاویه
داه = هجب پس این دو مثلث متساوی باشند و ضلع اه مقابل بزاویه اده = هج و ضلع
ده مقابل بزاویه ه اد = هب

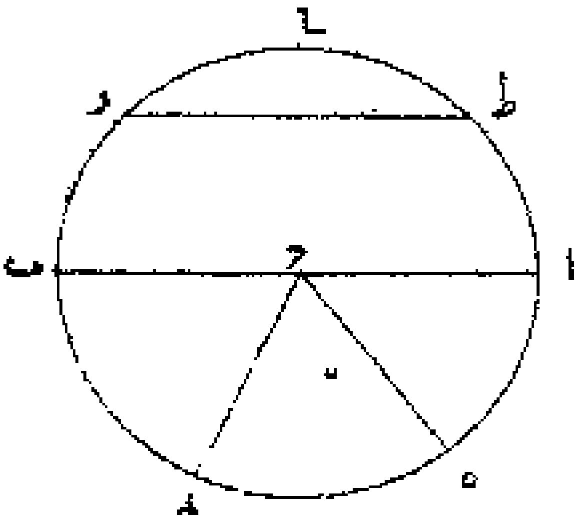
شرح — در شکل معین دو ضلع اب و بج متساوی باشند و دو مثلث اهب و هبج
چون اضلاعشان نظیر بنظیر متساوی باشند متساوی شوند و بنابراین زاویه اهب

د ب ه و یعنی که در معیّن دو قطر بزوایای قائمه متقاطع شوند

مقالهٔ سیّم

حدود

۱ - محیط دایره خطی است منحنی که جمیع نقاطش بیک فاصله باشند از نقطهٔ داخله که موسوم است بمرکز. و سطح دایره سطحی است محدود و محصور بان خط منحنی و کلمهٔ دایره را هم بر محیط اطلاق کنیم و هم بر سطح ولی از سیاق کلام مقصود معلوم شود و در معنی اختلاف کلی است



۲ - هر کدام از خطوط ج ا و ج ب و ج ه و ج م و غیره که واصله ما بین مرکز و نقطهٔ از محیط را نصف قطر و شعاع گوئیم و خط اب را که بمرکز گذشته و از طرفین بمحیط منتهی گشته باشد قطر گوئیم

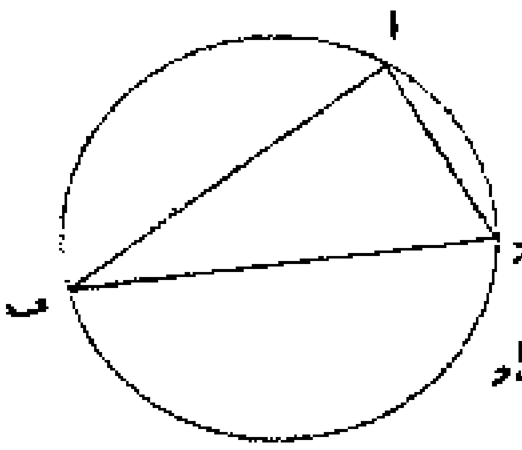
و بنا بر تعریف دایره جمیع اشعه متساوی باشند و همچنین جمیع اقطار و هر قطر مضاعف شعاعی باشد

۳ - قوس دایره قطعهٔ ایست از محیطش مثل د ح ط و وتر خطی است مثل د ط واصل ما بین طرفین قوس

۴ - قطعهٔ دایره جزئی است از سطحش محصور ما بین قوس و وتر و وتر د ط ح وه

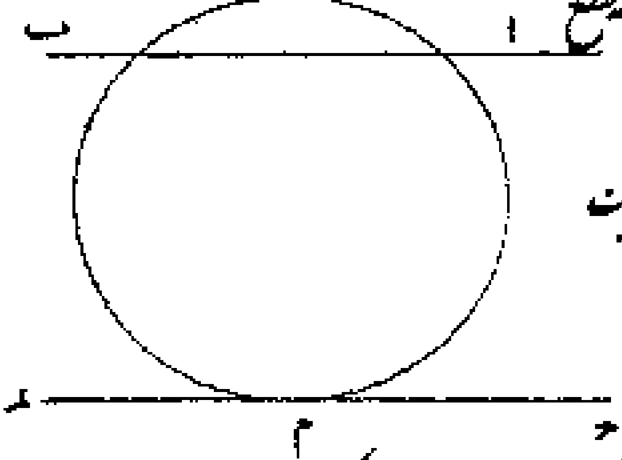
مقابل است بدو قوس ب ح ط و د ه ط و بنابراین بدو قطعه ولی مقصود قطعه کوچکتر است
مگر آنکه قید شود

۵ـ قطاع دایره جزئی است از آن محصور ما بین قوس د ه و دو نصف قطر ح د و ح ه



۶ـ خط محاط در دایره آنستکه طرفینش
منتهی باشد بمحیط مثل خط ا ب
زاویه محاطیه آنستکه راسش واقع باشد
بر محیط و حادث باشد ما بین دو وتر مثل زاویه ب ا ح
مثلث محاطی آنستکه رئوسش واقع باشد
بر محیط مثل مثلث ب ا ح و بطور کلی شکل محاطی آنست که رؤس جمیع زوایایش واقع
باشد بر محیط و در اینصورت دایره را نسبت بآن محیطه گوئیم

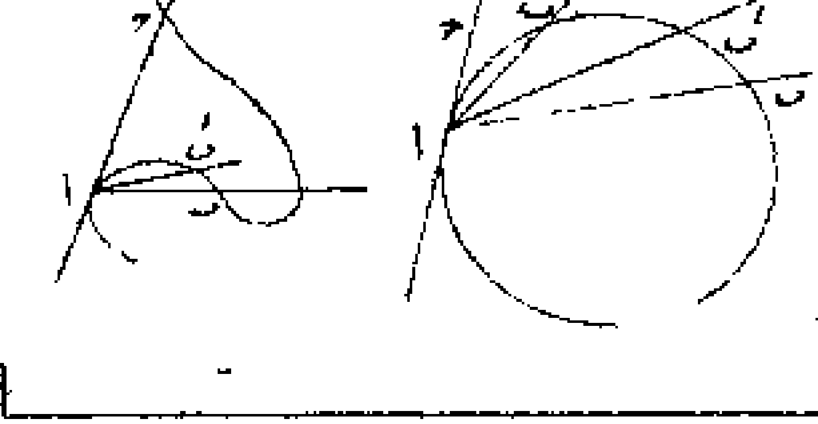
۷ـ قاطع خطی است که محیط را بدو نقطه قطع



کند مثل خط ا ب

۸ـ خط مماس آنست که با دایره در یک
نقطه مشترک باشند بیش مثل خط ح ط
و نقطه مشترکه م را نقطه مماس گوئیم

۹ و همچنین دو دایره را نسبت بهم مماس گوئیم هرگاه مشترک باشند در یک نقطه بیش



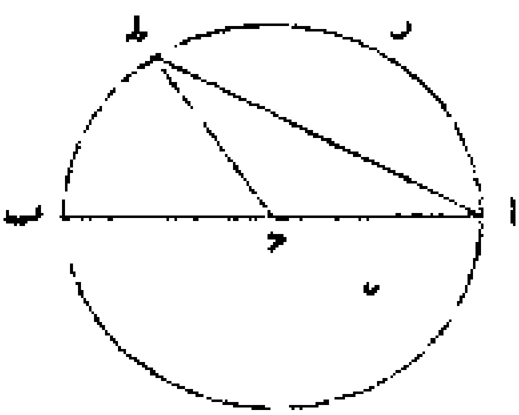
شرح ـ بطور کلی مماس بر
منحنی حد اوضاع قاطع است
بنابراینکه حول نقطه منحنی ا آنقدر
دوران کند که نقطه مقطع دیگر

بیاید بر نقطهٔ اول منطبق شود و پس اگر منحنی مسدود باشد و قاطع بیش از دو نقطه با او
ملاقات نکند مثل دایره ظاهر است که چون آن دو نقطه فصل مشترک در یک نقطه جمع شوند
آن خط قاطع با منحنی در نقطه بیش مشترک نباشند و آنوقت میتوان گفت که مماس منحنی ا
که بر بیشتر از یکنقطه با منحنی مشترک نباشد ولی تعریف اول بجمیع انواع خطوط منحنی تعلق گیرد
۱۰ - کثیر الاضلاع را محیط بر دایره گوییم هرگاه جمیع اضلاعش دایره را مماس کند و در
چنین حالت دایره را نسبت بآن محاطیه گوییم

قضیهٔ اول

در دایره هر قطر مثل اب سطح و محیطش را نصف کند

برهان - چون بدلیل انطباق بر قاعده مشترک
اب شکل اهب را قرار دهیم بر ازب
خط منحنی اهب درست منطبق خواهد شد بر
ازب والّا لازم آید که بعضی نقاط محیط
مختلف البعد باشند از مرکز و این خلاف
تعریف دایره است



قضیهٔ دوم

در دایره هر وتر اقصر است از قطر

برهان - چون در شکل سابق دو شعاع جا و جط را بر طرفین وتر اط وصل کنیم خط اط
< اج + جط یعنی اط < اب
نتیجه - اطول خطی که میتوان در دایره محاط نمود قطر است

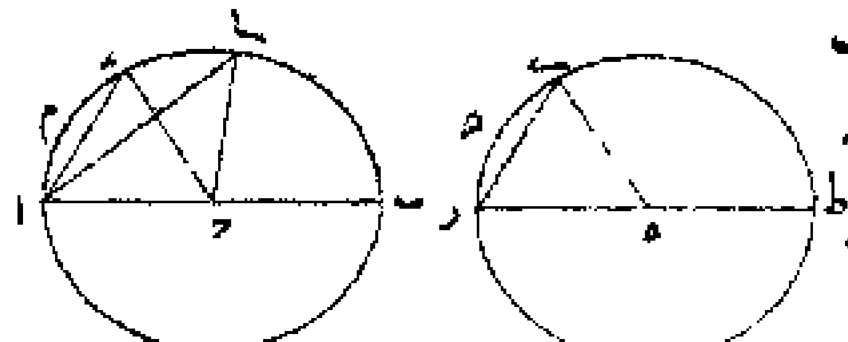
قضیهٔ سیم

هیچ خط دایره را بیش از دو نقطه قطع نکند

زیرا که اگر مثلاً بر سه نقطه او را قطع میکرد این هر سه یکسان فاصله بود از مرکز و موجب لازم می‌آمد که توانیم از نقطه سه خط متساوی بخطی وصل کنیم و ۱ او (علامت قضیه ۷ ۱۱ مقاله اولست)

قضیهٔ چهارم

در یکدایره یا در دو دایرهٔ متساویه قوسهای متساویه موتر باشند باوتار متساویه وبالعکس اوتار متساویه وتر باشند بقوسهای متساویه



مثلاً شعاع اج مساویست بشعاع ه د و قوس ا م د = ر ن ط میگوئیم وتر اد = ر ب

برهان ـ چون قطر اب = ر ط نصف دایره ا م د ب منطبق شود در نصف دایره ر ن ط و منحنی ا م د ب با تمام منطبق شود بر منحنی ر ن ط و چون قوس ا م د را مساوی ر ن ب فرض نموده ایم نقطه د واقع میشود بر ب و وتر اد مساوی میشود با ر ب

حال فرض میکنیم وتر اد = ر ب و میگوئیم قوس ا م د = ر ن ب

برهان چون دو شعاع ج د و ه ب وصل کنیم دو مثلث ا ج د و ر ه ب اضلاعشان نظیر بنظیر متساوی میشوند اج = ره و جد = ه ب و اد = ر ب و بنابراین دو مثلث متساوی باشند و ۱۲ ا و پس زاویه اجد = ر ه ب و چون نصف دایرهٔ

ا د ب را برمساوی خود ب ط قرار دهیم نظر بتساوی دو زاویه مذکوره شعاع ح د و ح ط
شود بر ب و نقطه د بر ب پس قوس ا م د مساوی شود با د ن ب

قضیهٔ پنجم

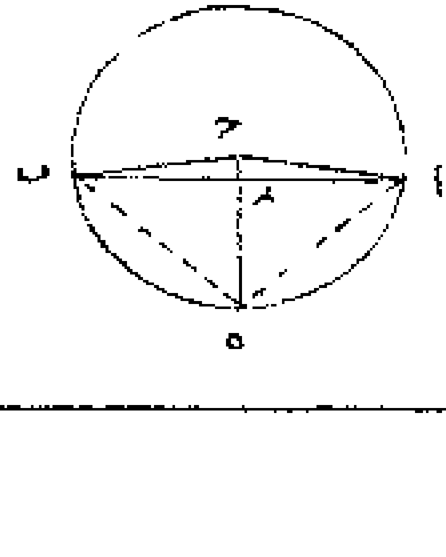
در یک دایره یا دو دایرهٔ متساویه هر قوس که اعظم باشد موتر است بوتر اطول و بالعکس و وتر اطول مقابل باشد بقوس اعظم مشروط بر آنکه قوسهای مفروض کوچکتر باشند از نصف محیط

برهان در شکل سابق قوس ا ب بزرگتر است از د ن ب و قوس ا م د را مساوی د ن ب جدا میکنیم و دو شعاع ح د و ح ج را وصل میکنیم آنوقت دو ضلع ا ح و ح ج از مثلث ا ح ج مساویست با دو ضلع ا ح و ح د از مثلث ا ح د و زاویه ا ح ج اعظم است از ا ح د پس ضلع سیم ا ج اطول باشد از ضلع ا د یعنی ا ج > د ب و بالعکس اگر وتر ا ج اطول باشد از د ب قوس ا م ج بزرگتر است از د ن ب زیرا که اگر بگوئیم متساوی هستند آنوقت وتر ا ج مساوی میشود با د ب و این خلاف فرض است و اگر بگوئیم کوچکتر است وتر ا ج کوچکتر میشود

شرح ـ قوس مفروضه را کوچکتر از نصف محیط گرفتیم پس اگر اعظم باشد حکم بر خلاف مذکور است

قضیهٔ ششم

نصف قطر ح ه عمود بر وتر ا ب منصف او تر است و قوس موتر ا ه ب هر دو



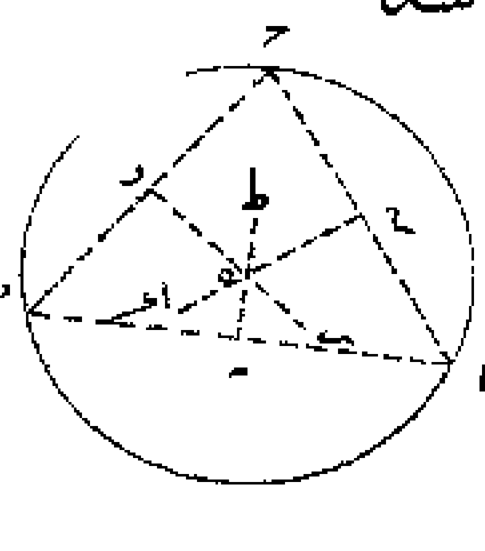
برهان دو شعاع ح ا و ح ب را وصل میکنیم و هر دو نسبت بعمود ح د دو مایل متساویند پس و ا ل ا متساوی البعدند از موقع عمود یعنی ا د = د ب

ثانیاً چون اد = دب و ده عمود است بر وسط اب پس هر نقطه
از این عمود متساوی البعد است از طرفین ا و ب و نقطه ه یکی از این نقاط است پس
بالضروره اه = به و چون وتر اه مساوی شد با هب قوس اه مساوی شود
با هب و غیره پس شعاع حه عمود بر وتر اب نصف میکند قوس و وتر را بر نقطه ه

شرح - خط حه مرور کرده است بر مرکز و بر وسط وتر و بر وسط قوس و عمود است
بر وتر و چون در تعیین وضع خط دو شرط از این شروط چهارگانه کافیست پس هر خطی که
دارای دو شرط باشد دو شرط دیگر را بالتبع داراست
مثلا عمودی که اخراج شود بر وسط وتر مرور میکند بر مرکز و بر وسط قوس و همچنین

قضیهٔ هفتم

بر سه نقطه ا و ب و ح غیر واقعه بر یک استقامت همواره میتوان یک دایره
مرور داد و بیش از یک دایره ممکن نباشد



برهان دو خط اب و بح را وصل کنند
و بر وسط آنها دو عمود دط و زی را اخراج
کنند اوّل گوئیم این دو خط بر نقطه متلاقی میشوند
زیرا که اگر متوازی بشوند دو خط با و بح
که از نقطه ب عمود شده اند بر آن دو خط متوازی
میبایست بر یک استقامت باشند و آن خلاف فرض است

پس نقطه تلاقی ه از آن دو عمود چون متعلق است بعمود دط متساوی البعد است
از دو نقطه ا و ب و همان نقطه چون متعلق است بعمود زی متساوی البعد باشد
از دو نقطه ب و ح پس سه فاصله ها و هب و هح متساوی هستند و بنابر

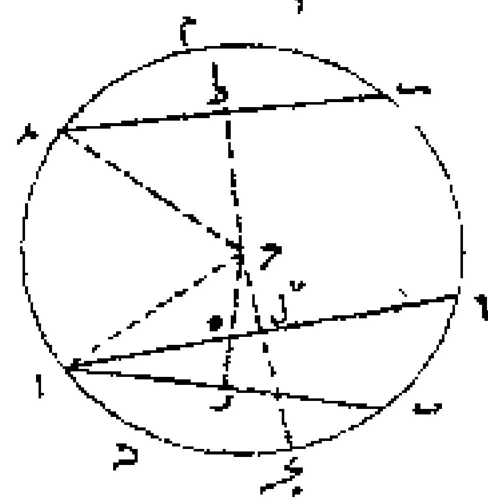
دایره که از مرکز ه و بنصف قطر ه ب رسم شود مرور خواهد نمود بر هر سه نقطهٔ ا و ب و ج
حال گوئیم ممکن نیست دایره دیگر بر همان سه نقطه گذر کند زیرا که اگر چنین دایره موجود
بود مرکزش میبایست واقع باشد بر دو خط د ط و د ب و این دو خط بر یک نقطه بیشتر
متقاطع نباشند

نتیجه ۱ - عمود وارده بر وسط ا ج مرور نماید بر نقطهٔ ه چونکه این نقطه متساوی البعد است
از طرفین ا و ج پس سه عمود وارده بر اوساط اضلاع مثلث بر نقطهٔ متقاطع شوند

۲ - دو دایره اگر بر زیاده از دو نقطه مشارک باشند منطبق خواهند شد

قضیهٔ هشتم

دو وتر متساوی الطول متساوی البعد باشند از مرکز دایره و از
دو وتر مختلف آنکه اقصر باشد بعدش از مرکز بیشتر است

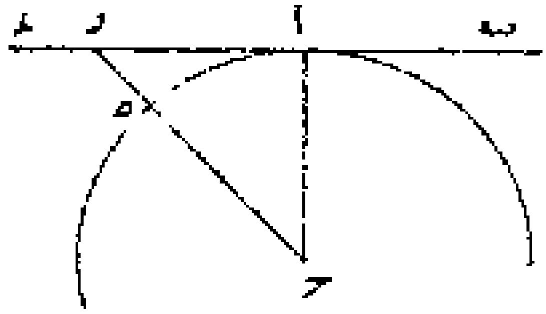


اول فرض میکنیم وتر ا ب = ه ز و بر دو عمود
ح د و ح ط آنها را نصف میکنیم و دو شعاع
ح ا و ح ه را وصل میکنیم
پس دو مثلث قائم الزاویه ح ا د و ح ه ط
چون وتر ح ا = ح ه و ضلع ا د نصف ا ب
= ه ط نصف ه ز این دو مثلث متساوی هستند (۱۹) و ضلع سوم ح د مساوی
میشود با ح ط پس معلوم شد که دو وتر متساوی ا ب و ه ز متساوی البعدند از مرکز
ثانیاً چون وتر ا ی اطول است از ه ز قوس ا ک ی اعظم است از ه م ز (۵)
و از قوس ا ک ی قوس ا ن ب را مساوی ه م ز جدا میکنیم و وتر ا ب را
وصل میکنیم و عمود ح د را بر آن وتر فرود میآوریم و عمود ح ل را بر ا ی حال

ظاهر است که ج د اعظم باشد از ج ه و آن اعظم از ج ل پس بطریق اولی ج د > ج ل
ولی ج د = ج ط چونکه دو وتر اب و د ب متساوی هستند پس ج ط > ج ل
یعنی که از دو وتر مختلف الطول آنکه اقصر است ابعد باشد از مرکز دایره

قضیهٔ نهم

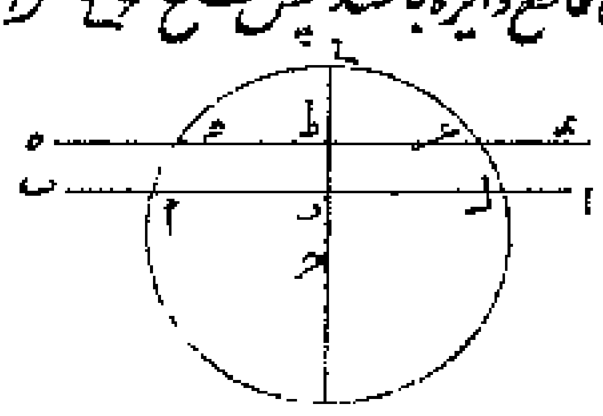
عمود ب د مرسوم بر طرف شعاع ج ا مماس شود بر دایره
برهان هر نقطهٔ مثل ج د اطول است از عمود ج ا



پس نقطهٔ د خارج دایره افتد و از این قرار خط
ب د بیش از نقطهٔ ا با دایره اشتراک ندارد
پس مماس دایره است و بالعکس گوییم
شعاع ج ا واصل بر نقطهٔ مماس عمود باشد بر خط مماس ب د
زیرا که جمیع نقاط این خط غیر از نقطهٔ ا خارج دایره است و بنابراین شعاع ج ا اقصر خطی است
که میتوان از نقطهٔ ج بر خط ب د وصل نمود پس عمود است بر آن خط
نتیجه — بر نقطهٔ ا مفروضه بر محیط نمیتوان بیش از یک خط مماس نمود

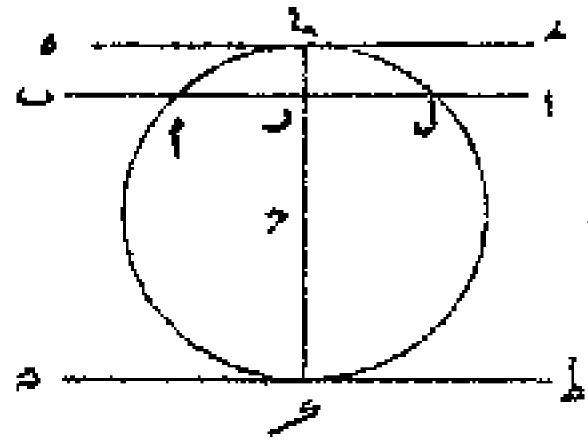
قضیهٔ دهم

دو متوازی اب و د ه از محیط دایره دو قوس متساوی م ن و ل ک جدا کنند
این شکل سه حالت دارد اول آنکه دو متوازی قاطع دایره باشند پس شعاع ج ح را



عمود کنیم بر وتر م ل و آن عمود شود نیز بر
موازیش ن ک پس نقطهٔ ح هم بر وسط قوس
م ح ل واقع باشد و هم بر وسط قوس ن
ح ک و ح یعنی م ح = ح ل و قوس

ن ط = ط ك پس م ط - ن ط = ط ل - ط ك يعنى م ن = ل ك

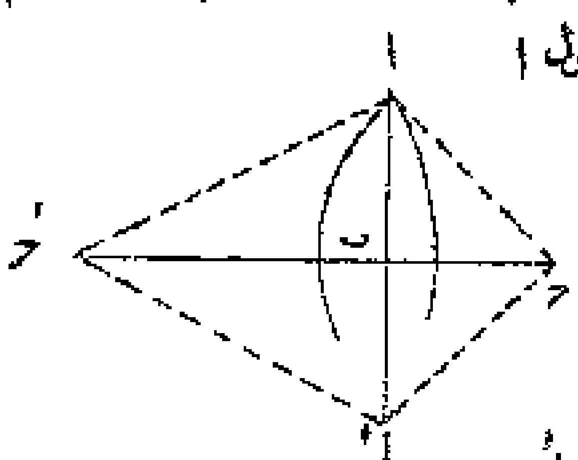


دوم آنكه از دو متوازى اب و ده يكى قاطع باشد و ديگر مماس شعاع ج ط را بر نقطه تماس ط وصل ميكنيم و آن عمود شود بر مماس ده و نيز بر موازيش م ل پس نقطه ط واقع باشد بر وسط قوس م ط ل يعنى دو قوس م ط و ط ل واقع ما بين دو متوازى متساوى باشند

سيم آنكه دو متوازى مماس دايره باشند يكى ده بر نقطه ط و ديگر وط بر نقطه ك پس خط قاطع موازات آنها رسم كنيم مثل اب آنوقت بنا بر آنچه ذكر شده م ط = ط ل و م ك = ك ل پس تمام قوس ط م ك = ط ل ك و بايد ملتفت بود كه هر كدام نصف محيط است

قضيه يازدهم

هرگاه دو دايره مشارك باشند در نقطه ا واقعه در خارج خط ج ج' واصل ما بين مركزين آنها پس مشارك ميشوند در نقطه ديگر ا' واقعه بر عمود اب كه وارد شده باشد بر ج ج' و فاصله اين نقطه دوم از خط المركزين برابر باشد با فاصله نقطه اول ا



برهان - اب را مساوى اب' جدا ميكنيم پس دو ذيل ج ا و ج ا' چون متساوى البعدانند از موقع عمود ج ب متساوى باشند پس دايره مرسومه از مركز ج و بشعاع ج ا مرور كند بنقطه ا'

وهمچنین دایره مرسوم از مرکز خ و بشعاع خ ا مرور کند بر اُ

نتیجه ۱ - دو دایره چون متقاطع شوند خط واصل بین المرکزین عمود باشد بر وسط وتر مشترک

نتیجه ۲ - دو دایره چون مماس بهمدیگر شوند نقطه تماس واقع شود بر خط المرکزین و الا لازم آید که دو دایره در نقطه دیگر مشارک باشند و در اینصورت متقاطع میشدند نه مماس

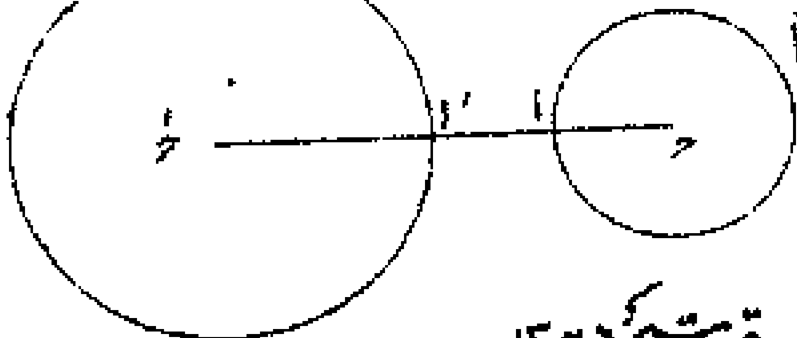
دو دایره را چون نسبت بهمدیگر بسنجیم صاحب پنج وضع مختلف توانند بود متخارج متداخل متماس داخل متماس خارج متقاطع

قضیه دوازدهم

در دو دایره متخارج بعد المرکزین اعظم است از مجموع دو شعاع

زیرا که چون ح خ = ح ا + خ اُ + ا اُ

پس ح خ > ح ا + خ اُ

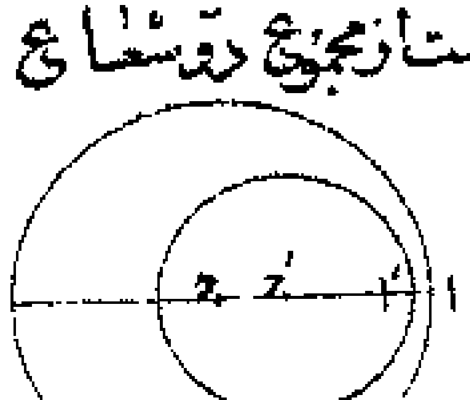


قضیه سیزدهم

در دو دایره متداخل بعد المرکزین اصغر است از مجموع دو شعاع

زیرا که چون ح خ = ح ا - خ اُ - ا اُ پس

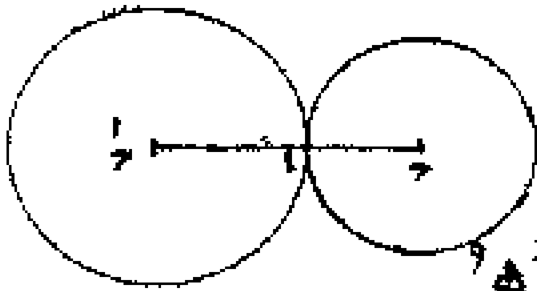
ح خ < ح ا - خ اُ



قضیه چهاردهم

در دو دایره که مماس خارج باشند بهمدیگر بعد المرکزین مساویست بمجموع دو شعاع

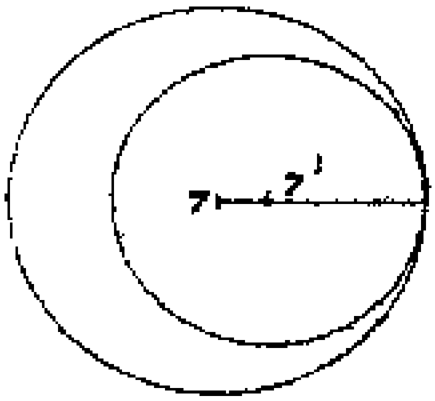
زیرا که چون نقطه تماس واقع است
بر خط المرکزین
پس ح ح' = ح ا + ا ح'



قضیه پانزدهم

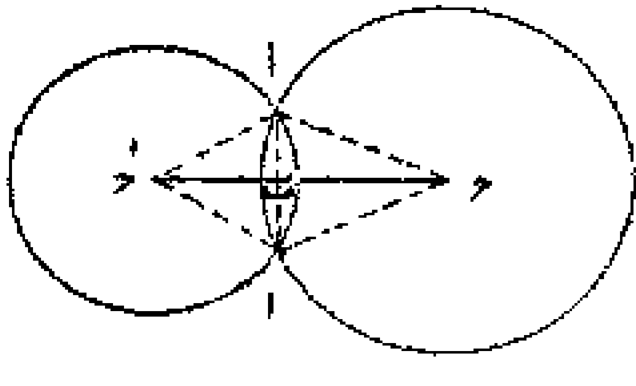
در دو دایره که تماس داخل داشته باشند بُعد المرکزین مساوی است بتفاضل دو شعاع

زیرا که چون نقطه تماس واقع است بر خط المرکزین
پس ح ح' = ح ا − ح' ا



قضیه شانزدهم

در دو دایره متقاطعه بُعد المرکزین اصغر است از مجموع دو شعاع و اعظم از تفاضل آنها



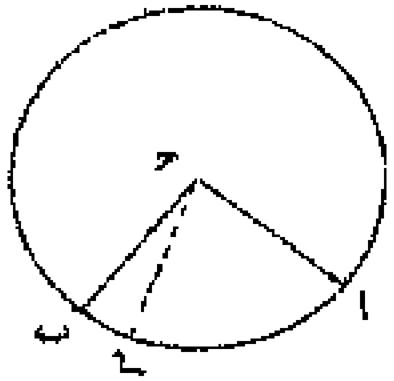
برهان دو مرکز را وصل میکنیم بنقطه فصل مشترک ا تا شکلی ترکیب شود که اضلاعش یکی خط المرکزین ح ح' باشد و دیگر دو شعاع ح ا و ح' ا و سابق مبرهن شده که در مثلث هر ضلع اقصر است از مجموع دو ضلع دیگر و اطول از تفاضل آنها

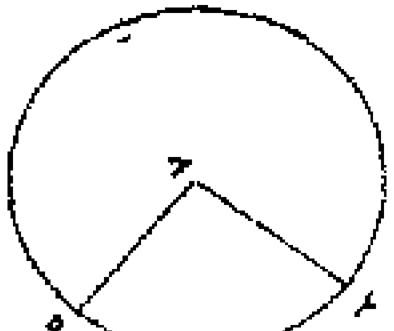
عکس این شکل مذکور نیز صحیح است و بهمان توجه مبرهن شود مثلاً اگر بعد المرکزین اقصر باشد از مجموع دو شعاع و اطول از تفاضل آنها دو دایره متقاطع شوند زیرا که اگر متخارج یا متداخل بودند بعد المرکزین اعظم بشد از مجموع آنها یا اصغر از تفاضل آنها

واگر مماس همدیگر بوند بعد المرکزین مساوی میشد بمجموع دو شعاع یا بتفاضل آنها

قضیهٔ هفدهم

در یک دایره یا در دو دایرهٔ متساویه هرگاه دو زاویه مرکزیه اجب و دحه متساوی باشند دو قوس اب و ده مقابل با آنها متساوی هستند و بالعکس اگر دو قوس اب و ده متساوی باشند دو زاویه مرکزیه اجب و دحه مساوی میشوند





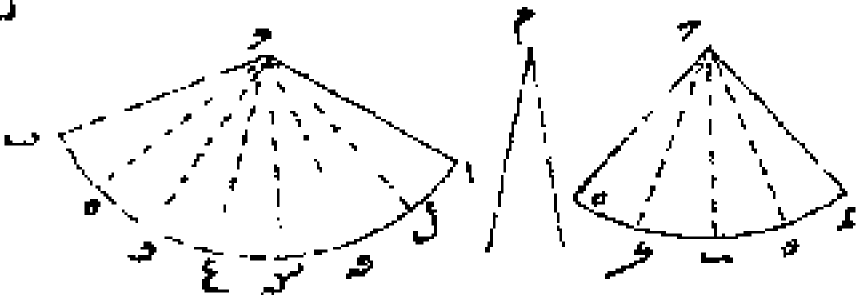
برهان اولاً اگر دو زاویه متساوی باشند وقتی یکی را بر دیگر قرار دهیم درست منطبق شوند و چون اضلاع آنها متساویست نقطهٔ ا واقع شود بر د و نقطهٔ ب بر ه و آنوقت قوس اب باید واقع شود بر ده والا نقاطی پیدا میشد مختلفة البعد از مرکز پس اب = ده

ثانیاً اگر قوس اب مساوی باشد با ده دو زاویه مقابله متساوی میشوند زیرا که اگر چنین نباشد و مثلاً اجب اعظم باشد زاویه اجط را مساوی دحه جدا میکنیم آنوقت قوس اط = ده و بفرض اب = ده پس اط = اب یعنی جزو مساویست با کل و این خلاف است پس اجب = دحه

قضیهٔ هیجدهم

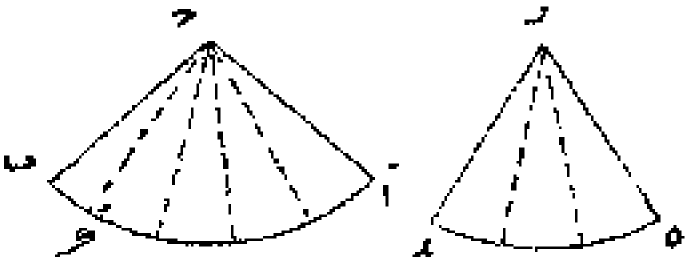
در یک دایره یا دو دایرهٔ متساویه نسبت ما بین دو زاویه مرکزیه مثل نسبت دو قوس واقع ما بین اضلاع آنها است

دو زاویه مرکزیه دو دایره متساویه اجب است و دحه و اول فرض میکنیم که دو



اب و ده مقیاس مشترکی
داشته باشند و آن ۷ مرتبه در
اب بگنجد و ۴ مرتبه در ده
و از اینقرار نسبت اب به ده
این باشد $\frac{7}{4}$

حال نقاط تقسیم دو قوس را بدو مرکز وصل میکنیم آنوقت زاویه اجب بر هفت جزء متساوی قسمت شود چونکه قوسهای مقابله آنها متساوی هستند و زاویه دره چهار از آن اجزا را شامل است پس نسبت آن دو زاویه مثل ۷ است به ۴



واگر دو قوس اب و ده متباین
باشند قوس ده را برسه جزو
مثلا قسمت میکنیم و فرض میکنیم
اب چهار از این اجزا را شامل شود و قوس لب کوچکتر از یک جزو باقی ماند در اینصورت نسبت اب به ده اعظم باشد از $\frac{4}{3}$ و اصغر از $\frac{5}{3}$

و چون دو مرکز را بنقاط تقسیم وصل کنیم زاویه دره برسه جزو متساوی قسمت میشود و زاویه اجب چهار از این اجزا را شامل میشود و باقی میماند کسر لجب که کوچکتر از یک جزء پس نسبت آن دو زاویه نیز واقع باشد مابین $\frac{4}{3}$ و $\frac{5}{3}$ پس دو نسبت اجب : دره و اب : ده هرکدام ۴ مرتبه شامل شدند کسر $\frac{1}{3}$ را و بهمین وجه ثابت میکنیم که هر دو بدیگر شامل میشوند $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{100}$ و $\frac{1}{1000}$ و ..... را و بطور کلی جزو تامی از واحد را که هر قدر بخواهیم کوچک باشد پس آن دو نسبت متساوی باشند

در تقدیر زوایا و مقیاس آنها

تقدیر نمودن هر شیئ عبارت از نسبت که معلوم کنیم نسبت آن شیئ را بواحد نوع خود
واز همین قبیل است تقدیر نمودن زاویه عبارت است از اینکه بسنجیم آنرا از زاویه قائمه که واحد
فرض شده و نسبتش را معلوم کنیم

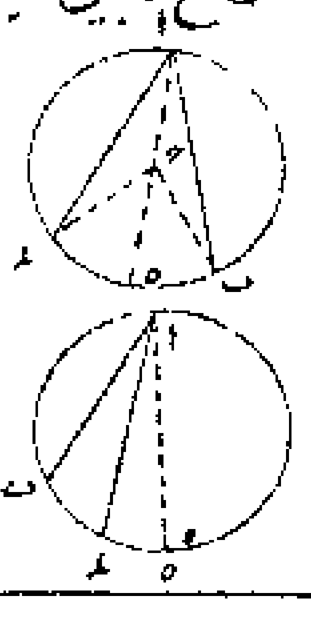
و بنا بر شکل مذکور عوض اینکه نسبت ما بین دو زاویه مرکزیه بدست آوریم میتوانیم
معلوم کردن نسبت دو قوس واقع ما بین اضلاع آنها را مثلا عوض اینکه زاویه را با قائمه
بسنجیم قوس مقابلش را با ربع محیط نسبت کنیم و از اینجا است که بطریق اختصار گوئیم
اندازه و مقیاس زاویه مرکزیه قوس مقابل او است

و من باب تسهیل مقایسه محیط دایره را بر ۳۶۰ جزو متساوی قسمت کنیم و هر
کدام را درجه گوئیم و درجه را بر ۶۰ دقیقه و آنرا بر ۶۰ ثانیه و هکذا
پس اگر قوس واقع ما بین ضلعین زاویه مرکزیه ۲۴ درجه باشد مقیاس زاویه چنین است
$\frac{۲۴}{۹۰}$ یا $\frac{۴}{۱۵}$

شرح - چون دلیل مذکور را در قطاع تکرار کنیم ثابت میشود که در دو دایره متساوی
نسبت دو قطاع بهم یکی مثل نسبت ما بین دو قوس مقابل با آنها است

قضیه نوزدهم

مقیاس زاویه محیطیه ب ا ح نصف قوس ب ح واقع ما بین ضلعین است

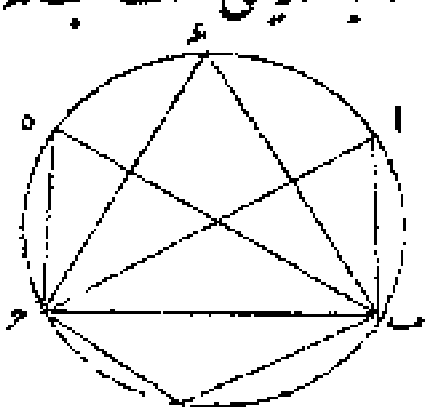


برهان اول فرض میکنیم که مرکز دایره در زاویه
مفروضه واقع شود و قطر ا ه را وصل میکنیم با دو شعاع
ح ب و ح ط آنوقت زاویه ب ح ه خارج
مثلث ا ب ح مساوی شود با مجموع دو زاویه داخله
ح ا ب و ا ب ح (۲۰) و مثلث ب ح ا متساوی

الساقین است و زاویه ج ا ب = ا ب ج پس زاویه ب ج ه مضاعف زاویه ب ا ج
باشد و مقیاس زاویه مرکزیه ب ج ه قوس ب ه باشد پس مقیاس زاویه ب ا ج
نصف قوس ب ه باشد و بهمان دلیل مقیاس ج ا د نصف قوس ه د باشد پس مقیاس

ب ا ج + ج ا د = نصف ب ه + نصف ه د = نصف ب د

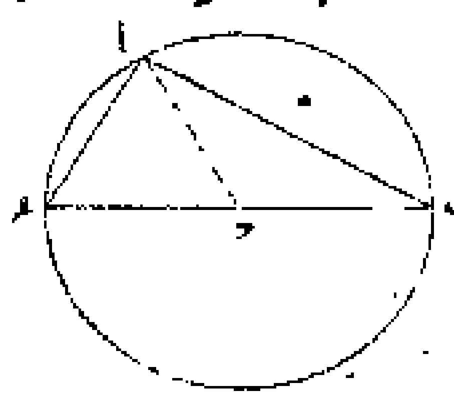
دویم فرض میکنیم که مرکز ج واقع شود در خارج زاویه ب ا د و قطر ا ه را وصل میکنیم پس
مقیاس زاویه ب ا ه نصف قوس ب ه باشد و مقیاس زاویه د ا ه نصف د ه
پس مقیاس تفاضل ب ا د نصف ب ه ـ نصف ه د باشد یعنی نصف ب د



پس مقیاس هر زاویه محیطیه نصف قوس مقابل اوست

نتیجه ۱ جمیع زوایای ب ا ج و ب د ج وغیره
محاطیه در یک قطعه دایره متساوی باشند چونکه
مقیاس هر کدام نصف قوس ب د ج است

نتیجه ۲ زاویه ب ا د محاطیه در نصف دایره قائمه است چونکه مقیاسش نصف نیم



دایره ب ه د است یعنی ربع محیط و چون این
نتیجه معتبر است بوجهی مستقل آنرا مبرهن سازیم
پس شعاع ا ج را وصل کنیم آنوقت مثلث
ب ا ج متساوی الساقین باشد و زاویه

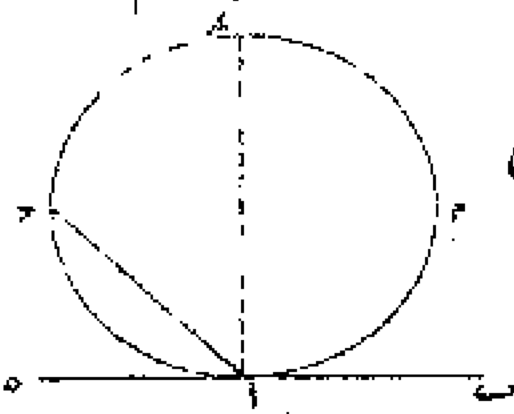
ب ا ج = ا ب ج و همچنین مثلث ج ا د زاویه ج ا د = ا د ج پس ب ا ج + ج ا د یعنی
ب ا د = ا ب د + ا د ب و چون مجموع دو زاویه ب و د مثلث ا ب د مساوی
شد با زاویه مستقیم ب ا د دلیل است برآنکه مجموع سه زاویه اش مساوی باشد با دو
برابر زاویه ب ا د و از خارج میدانیم که آن مجموع دو قائمه است پس زاویه ب ا د

یک قائمه است

نتیجهٔ ۳ - هر زاویه مثل ب ا د (شکل نتیجهٔ اول) که محاط باشد در قطعهٔ بزرگتر از نصف محیط حاده است زیرا که مقیاسش نصف قوس ب ر د میباشد و این قوس اصغر است از نصف محیط و هر زاویه مثل ب ر د که محاط باشد در قطعهٔ کوچکتر از نصف محیط منفرجه است چونکه مقیاسش نصف قوس ب ا د باشد و این قوس اعظم است از نصف محیط

قضیهٔ بیستم

مقیاس زاویهٔ ب ا د حادثه مابین ظل و وتر نصف قوس ا م د واقع مابین دو ضلع از آن زاویه است

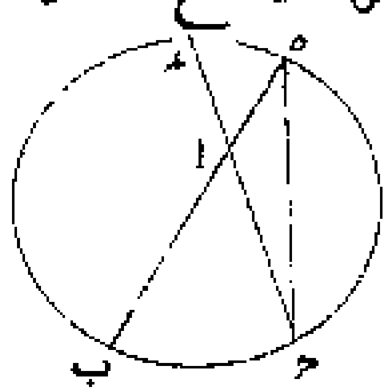


برهان - بر نقطهٔ تماس ا قطر ا ه را رسم کنید پس زاویهٔ ب ا ه قائمه باشد و مقیاسش نصف محیط ا م ه است و مقیاس زاویه د ا ه نصف قوس د ه است پس مقیاس ب ا د + د ا ه یا ب ا ه نصف ا م د است + نصف د ه یعنی نصف قوس ا م د

و بهمین حجت ثابت میکنیم که مقیاس زاویه ح ا ه نصف قوس ا ح واقع مابین ضلعین او است

قضیهٔ بیست و یکم

مقیاس زاویهٔ ب ا ح حادثه بر نقطهٔ فصل مشترک دو قاطع ب ه و د ح که واقع شده در درون دایره است مساوی است به



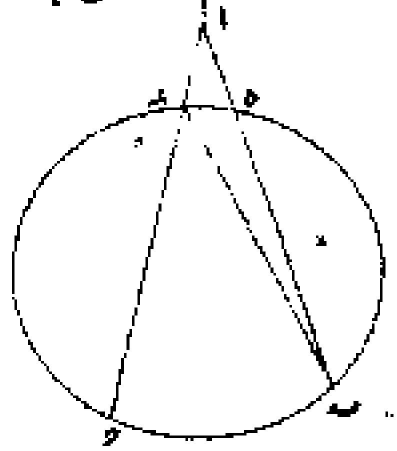
نصف قوس ب ح واقع مابین ضلعینش باضافه نصف قوس د ه واقع مابین استقامت دو ضلع

برهان - زاویهٔ ب ا ح خارج مثلث ا ه ح

مساویست بمجموع دو زاویهٔ اه ج و اج ه و مقیاس این دو زاویه نصف دو قوس ب ه و ج ه است

قضیهٔ بیست و دوم

مقیاس زاویهٔ ب ا ه حادثه ما بین دو قاطع ا ب و ا ج که راسش در خارج دایره است مساویست با نصف قوس مقعر ب ج منهای نصف قوس محدب د ه

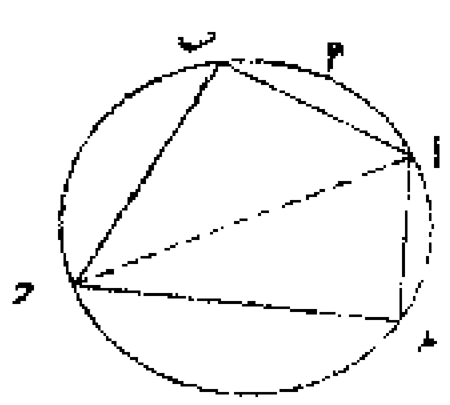


برهان زاویهٔ ا مساویست بتفاضل دو زاویهٔ ب د ج و ا ب د و مقیاس زاویهٔ اول نصف ب ج است و مقیاس دویم نصف د ه

حکم مذکور کلی است اگرچه یکی از دو ضلع زاویه یا هر دو ضلع مماس دایره باشند و دلیل همانست که ذکر شد

نتیجه — قوس ب ا د (شکل نتیجهٔ اول ۱۹) مکان هندسی رؤس زوایائیست که مساوی باشند با ج د ب و اضلاعشان مرور کنند بر دو نقطهٔ ج و ب زیرا که جمیع زوایای محاطیه در قطعهٔ ج ا ب مساوی هستند با ج د ب و از دو قضیهٔ سابقهٔ مذکوره چنین نتیجه شد که هر زاویه که ضلعیش مرور کنند بر ج و ب و راسش واقع نباشد بر قوس ج ا ب مساوی نیست با زاویهٔ ج د ب

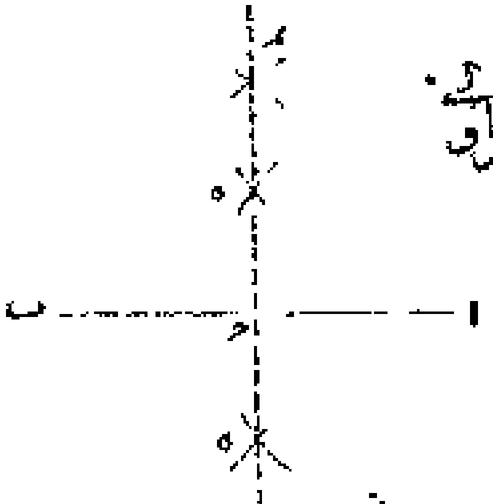
قضیهٔ بیست و سیم



در هر ذو اربعة الاضلاع محاطی مثل ا ب ج د هر دو زاویهٔ متقابل متمم یکدیگر باشند تا دو قائمه

زیرا که مقیاس مجموع دو زاویهٔ ا د ج و ا ب ج نصف محیط ا ب ج د ا است و بالعکس اگر در ذو اربعة الاضلاعی

دو زاویه مقابل اه د و اده تمام همدیگر باشند از شکل ثلثین مقاله ثالثه چون در دایره است
برهان چون دایره بر سه نقطه ا و د و ج مرور کند پس مقیاس زاویه اده نصف قوس اب ج
میشود پس مقیاس زاویه اب ج که تمام اوست نصف قوس باقی ادج باشد یعنی این زاویه
مساویست با زوایای محیطیه در قطعه اج و این تساوی محقق نشود جز آن وقت که نقطه
واقع باشد بر قوس ا م ج فهو المطلوب

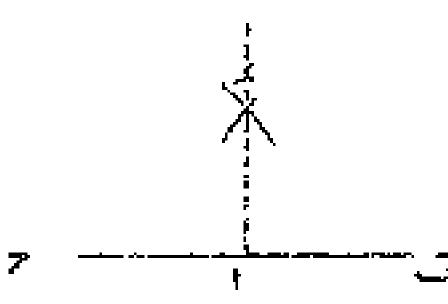


مسائل متعلقه به مقاله اولی

مسئله اول

میخواهیم خط اب را به دو جزو متساوی قسمت کنیم
از دو مرکز ا و ب و بشعاعی اطول از نصف اب دو
قوس رسم کنید تا متقاطع شوند بر نقطه د این نقطه متساوی البعد است از طرفین ا و ب
و بهمین وجه نقطه دیگر ه را در فوق یا تحت اب بدست آورید و آن نیز متساوی البعد است
از همان طرفین و دو نقطه د و ه را بخط ده وصل کنید آن خط مفروض اب را بنقطه ج نصف کند
برهان دو نقطه د و ه متساوی البعد باشند از طرفین ا و ب پس باید واقع شوند بر عمود
وارد بر وسط اب و بر دو نقطه بیش از یک خط نتوان مرور داد پس ده همان عمود است
و اب را بر ج نصف کند

مسئله دوم



میخواهیم از نقطه ا مفروضه بر خط ب ج عمودی
بر آن خط اخراج کنیم
دو نقطه ب و ج را در طرفین ا بیک مسافت گیرید
و از مرکز این دو نقطه و بشعاعی اطول از ب ا دو قوس رسم کنید تا بر نقطه د متقاطع شوند و خط

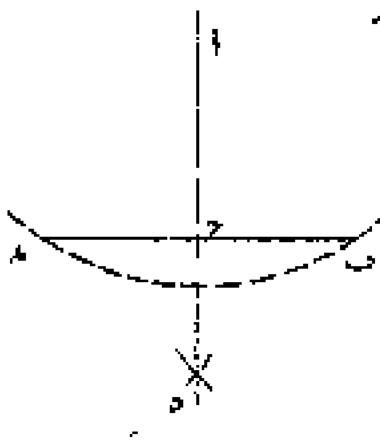
اد را وصل کنید که عمود مطلوب است

برهان نقطهٔ د چون متساوی البعد است از طرفین ب و ج متعلق باشد بعمود واقع بر وسط ب ج پس اد همان عمود است

تنبیه - هرگاه بخواهیم بر نقطهٔ ا از خط ب ج زاویهٔ قائمه ب اد رسم کنیم باید بوجه مذکور اینعمل استعمال نمود

مسئلهٔ سیم

میخواهیم از نقطهٔ ا مفروضه در خارج خط ب د عمودی بر این خط وارد آوریم از مرکز ا و بشعاع مناسبی قوسی رسم کنید تا خط ب د

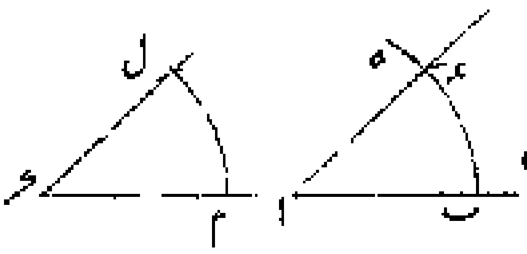


را بر دو نقطهٔ ب و د قطع کند و بعد بطریق مسئلهٔ اول نقطهٔ ه بدست آورید که متساوی البعد باشد از طرفین ب و د یعنی این دو نقطه را مرکز نموده دو قوس بیکشعاع رسم کنید تا متقاطع شوند بر ه و خط اه را وصل کنید که عمود مطلوب است

برهان دو نقطهٔ ا و ه متساوی البعد اند از طرفین ب و د پس متعلق اند بعمود اه که بر وسط ب د اخراج شود

مسئلهٔ چهارم

میخواهیم بر نقطهٔ ا از خط اب زاویهٔ مساوی با زاویهٔ مفروضهٔ ک رسم کنیم از مرکز ک و بشعاعی مناسب قوس م ل

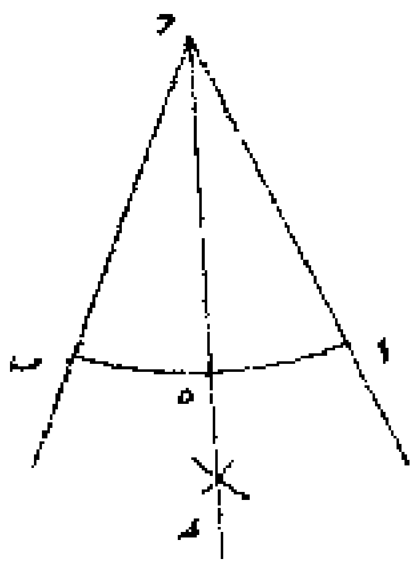


را رسم کنید و منتهی نمائید ش به دو ضلع زاویه و از مرکز ا و بشعاع اب = ک م قوس غیر معین ب ه را رسم کنید و بعد بشعاعی برابر وتر

م ل و از مرکز ب قوسی رسم کنید تا قوس غیر محدود ب ه را بر نقطه د قطع کند
و خط ا د را وصل نمایید که زاویه د ا ه مساوی باشد با زاویه مفروضه ل

برهان دو قوس ب د و م ل چون از دو دایره متساویه اند و مصاحب دو وتر متساوی پس
متساوی باشند (ه ۲۰) و زاویه ب ا د = م ك ل

مسئله پنجم



میخواهیم زاویه مفروضه یا قوسی مفروض را
بر دو جزو متساوی قسمت کنیم

اولاً اگر بخواهیم قوس ا ب را نصف کنیم از دو
مرکز ا و ب و بشعاعی مناسب دو قوس رسم میکنیم تا
بر نقطه د متقاطع شوند خط ج د را وصل میکنیم
و آن قوس ا ب را نصف کند بر نقطه ه

برهان هر کدام از دو نقطه ج و د متساوی البعد اند از طرفین ا و ب از وتر ا ب
پس خط ج د عمود باشد بر وسط این وتر پس نصف کند قوس ا ب را بر نقطه ه (ق ۵۸)

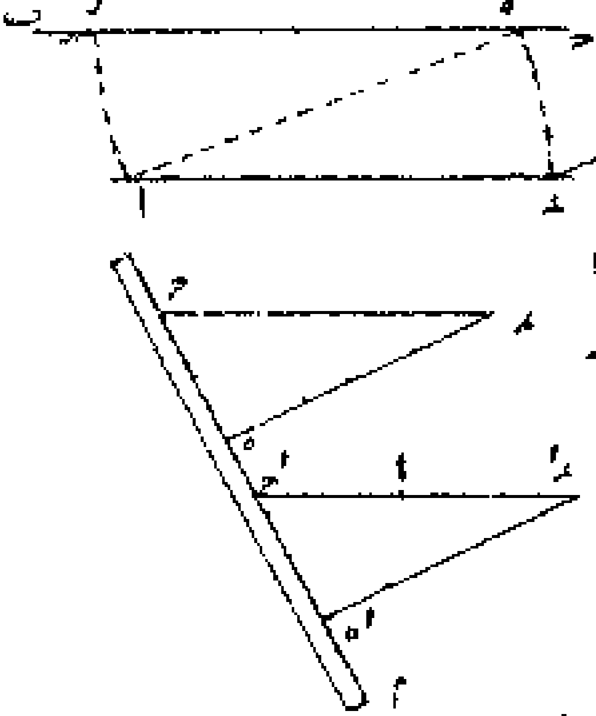
ثانیاً اگر بخواهیم زاویه ا ج ب را نصف کنیم اول از مرکز ج قوس ا ب را رسم
کنیم و بعد عمل مذکور را جاری کنیم

شرح میتوان بهمین عمل هر یک از دو نصف ا ه و ه ب را نصف کرد و بنابرین
میتوان تقسیمات متتالیه زاویه یا قوسی از ربع و ثمن و نصف ثمن و غیره

مسئله ششم

میخواهیم بر نقطه ا خطی موازات ب ج رسم کنیم
از مرکز ا و بشعاعی مناسب قوس ه د را رسم کنید و از مرکز ه و با همان شعاع قوس

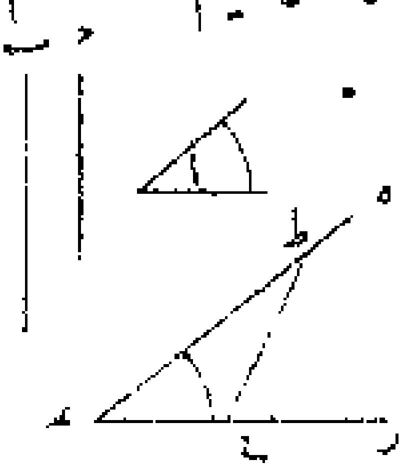
از را و بعد ه د را مساوی از جدا کنید و از را وصل نماید که موازی مطلوب است
برهان چون اه را وصل کنید دو زاویهٔ متبادله داخله اه د و ه اد متساوی میشوند
پس دو خط اد و ه د متوازی باشند ۲۷ از ا
این مسئله را بیشتر با آلت عملیا حل کنیم و آن مثلث



قائم الزاویه ایست ح د ه پس وترش را بر کردیم
بر خط ح د که میخواهیم موازاتش از نقطه ا خطی برود
و بسیم و ستاره با بقی مثل ح م را بر قاعده ه ح
پس تکیه و بسیم و کونیا را در طول ستاره بلغزانیم تا
و ترش بر نقطه ا گذرد و خط ح م را رسم کنیم و آن
موازی باشد با ح د چونکه دو زاویهٔ متقابله د ح م و ا ح م متساوی هستند ۳

مسئلهٔ هشتم

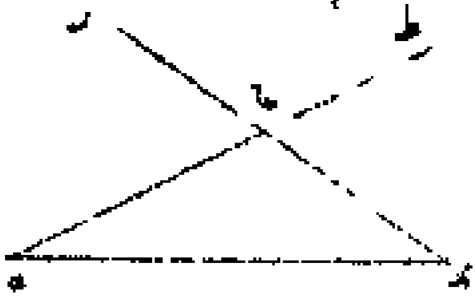
از مثلثی دو ضلع ب و ج و زاویهٔ بینهما ا معلوم است میخواهیم آن مثلث را رسم کنیم



خط د ه را بر نقطه د رسم کنید زاویهٔ ه د ط
را مساوی ا ترتیب دهید و د ط را مساوی
ب جدا کنید و د ی را مساوی ج و ط ی
را وصل کنید و د ط ی مثلث مطلوب است

مسئلهٔ نهم

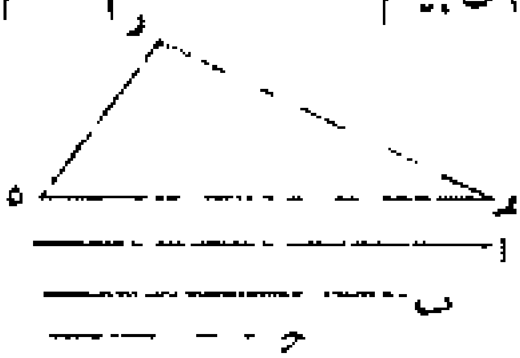
یک ضلع و دو زاویهٔ مثلثی معلوم است میخواهیم آن مثلث را رسم کنیم
دو زاویهٔ مفروضه هر دو مجاور به ضلع معلوم و یا یکی مجاور و دیگری مقابل پس
اگر چنین باشد زاویهٔ سیم را به تصور مسئلهٔ ۷ معلوم کنیم و آنوقت دو زاویهٔ مجاوره در



وست است پس خط ده را مساوی ضلع معلوم رسم کنیم
و بر نقطه د رسم کنیم زاویه
ه د ر را مساوی یکی از آن دو زاویه ح یا و ره و بر نقطه
ه زاویه د ه ط را مساوی زاویه دیگر پس دو ضلع
د ر و ه ط بر نقطه ع متقاطع شوند و د ه ع مثلث مطلوب است

مسئله دهم

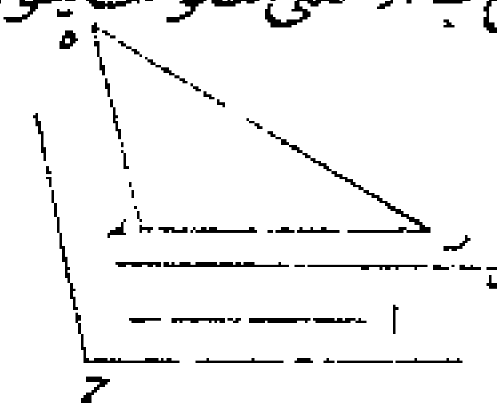
سه ضلع ا و ب و ح از مثلثی معلوم است میخواهیم آن مثلث را رسم کنیم



ده را مساوی ضلع ا رسم میکنیم و از مرکز د و
بشعاعی مساوی ضلع دویم ب قوس رسم میکنیم
و از مرکز ه و بشعاعی مساوی ح قوس دیگر این
دو قوس نقطه و متقاطع شوند و دو خط د و
ه و را رسم میکنیم و ده و مثلث مطلوب است
نتیجه شرط امکان عمل آنست که دو قوس مرسوم از دو مرکز ه و د بر نقطه متقاطع شوند
پس باید ضلع ده اقصر باشد از مجموع دو ضلع دیگر و اطول از تفاضل آنها و ع ۱ و ۲

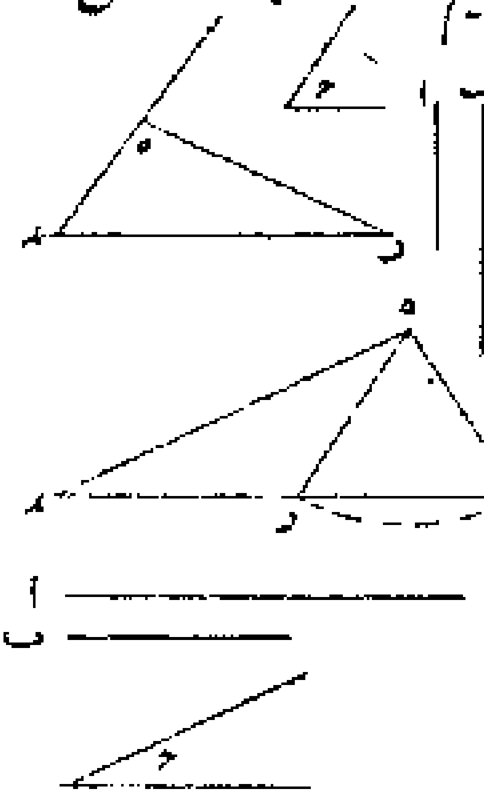
مسئله یازدهم

دو ضلع ا و ب و زاویه ح مقابل بضلع ب از مثلثی معلوم است میخواهیم
آن مثلث را رسم کنیم



این مسئله دو حالت دارد اول آنکه زاویه ح
قائمه یا منفرجه باشد پس زاویه ه د ر را مساوی
ح رسم میکنیم و ده را مساوی ا جدا

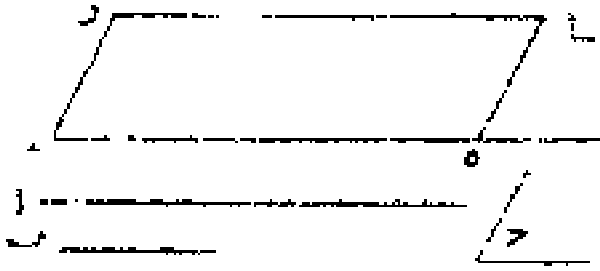
میکنیم و از مرکز ه و بشعاعی مساوی ب قوسی رسم میکنیم تا خط د د را بر نقطه د قطع کند



و ه د را وصل میکنیم د ه د مثلث مطلوب میشود
در حالت مذکور باید ضلع ب اطول باشد از ا چونکه
زاویه قائمه یا منفرجه ج اعظم است از سایر زوایای
مثلث و ب ضلع مقابلش باید اطول باشد
حالت دویم آنست که زاویه ج حاده باشد پس اگر
ضلع ب اطول باشد از ا عمل مذکور را جاری میکنیم و
د ه د مثلث مطلوب میشود
ولی اگر زاویه ج حاده باشد و ضلع ب اقصر از ا
قوس مرسوم از مرکز ه و بشعاع ه د = ب قطع
کند ضلع د د را بر دو نقطه د و ط که هر دو در یک سمت د واقع شده اند پس حادث
شود دو مثلث د ه د و د ه ط که هر دو در مسئله صدق کنند
شرح ـ ضلع ب اگر اقصر میشد از عمودی که از ه بر د د فرود آید مسئله در هیچ حالت
جواب نداشت

مسئله ولی نهم

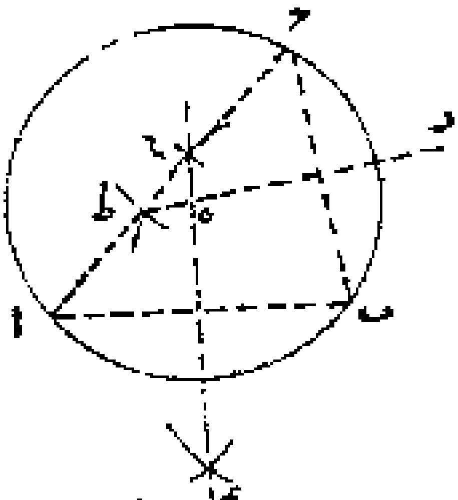
در متوازی الاضلاعی دو ضلع مجاور ا و ب و زاویه بینهما ج معلوم است میخواهیم
آنشکل را رسم کنیم



خط د ه را مساوی ا رسم میکنیم و بر نقطه ه
زاویه د ه د را مساوی ج و خط د د را
مساوی ب جدا میکنیم و دو قوس رسم میکنیم

یکی از مرکز ب و بشعاع ب ج = د ه و دیگر از مرکز ه و بشعاع ه ج مساوی ب د این دو قوس بر نقطه ج متقاطع شوند و ب ج و ه ج را وصل کنیم پس د ه ج ب متوازی الاضلاع مطلوب بنما - بروفق عمل مذکور هر دو ضلع متقابل متساوی باشند و بنابرین شکل مرسوم متوازی الاضلاع است (ش ۳۴ ا) و مرکب است از دو ضلع و زاویه مفروض

نتیجه - اگر زاویه مفروضه قائمه باشد شکل مربع مستطیل شود و اگر علاوه بر آن دو ضلع معلوم متساوی باشند آن شکل مربع شود

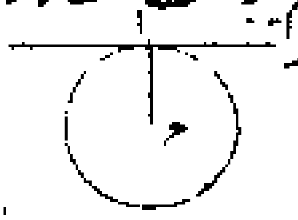


مسئله سیزدهم

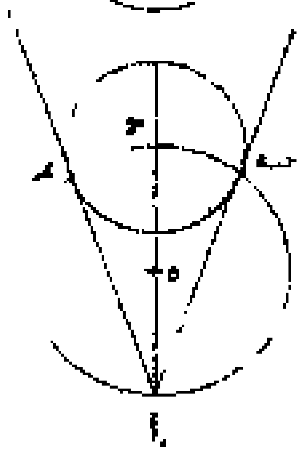
میخواهیم مرکز دایره مفروضه یا قوس مفروضی را مشخص کنیم

بر محیط دایره یا قوس مفروض نقطه ا و ب و ج را تعیین میکنیم و دو خط ا ب و ب ج را با اینها وصل میکنیم و بدو عمود د ه و ح ط هر دو را نصف میکنیم پس نقطه ه فصل مشترک این دو عمود مرکز مطلوب است

شرح هرگاه بخواهیم بر سه نقطه ا و ب و ج دایره گذرانیم یا بر مثلث اب ج دایره محیط کنیم باید عمل مذکور را بعینه مجری داشت



مسئله چهاردهم



میخواهیم بر نقطه معینه خطی مرور دهیم که مماس شود بر دایره مفروضه

این مسئله دو حالت دارد نقطه مفروضه که بر محیط باشد مثل ا شعاع ج ا را وصل میکنیم و ا د را عمود