$$n = 10\log_{10}\frac{P_r}{P^s} \qquad (۱۲)$$

مطابق رابطه فوق اگر $n < 0$ افت و اگر $n > 0$ بهره رخ داده است. به عنوان مثال اگر $n = -3$ بدست آید، توان موج دریافتی نصف توان موج ارسالی می باشد. از آنجا که به طور متداول توان بر حسب وات (W) بیان می شود، رابطه تبدیل توان بر حسب وات (W) به توان بر حسب دسی بل وات (dBW) به صورت زیر معرفی می گردد.

$$n = 10\log_{10}(P/1) \qquad (۱۳)$$

برای مثال اگر توان موج ارسالی $25W \cong 14dBW$ باشد و توان موج دریافتی $10^{-16}W \cong -160dBW$ باشد، در این صورت با یک افت توان $-174dB$ مواجه خواهیم بود.

ساختار سیگنال های ناوبری

در سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای، سیگنال های ارسالی از ماهواره ها باید قابلیت تعیین موقعیت آنی برای تعداد نامحدودی از کاربران مختلف را داشته باشد. پایه این نوع تعیین موقعیت، اندازه گیری فاصله لحظه ای گیرنده تا ماهواره از طریق همبستگی یابی بین سیگنال دریافتی از ماهواره و سیگنال مشابه تولیدی در گیرنده می باشد. درجه پایداری و ثبات فرکانس سیگنال های تولیدی مهمترین نقش را در دقت تعیین موقعیت ماهواره ای دارد. این موضوع از طریق ساعت های اتمی (یا نوسان سازهای اتمی) که مبتنی بر استانداردهای فرکانس اتمی می باشد در نظر گرفته می شود. امروزه با استفاده از ساعت های سزیمی و هیدروژنی درجه پایداری فرکانس ها تا 10^{-15} در طول یک شبانه روز امکان پذیر شده است.

به طور کلی ساختار سیگنال های ناوبری که به صورت یک طرفه از ماهواره ها به سوی گیرنده ها گسیل می شوند، از سه بخش موج حامل، کد و داده های ناوبری تشکیل شده است. موج حامل در واقع یک موج

الکترومغناطیسی با فرکانس f_i در باند L است که می توان آن را به صورت یک تابع کسینوسی با دامنه a_i نمایش داد. البته ممکن است در آینده از فرکانس های باند C نیز استفاده شود.

$$L_i(t) = a_i \cos(2\pi f_i t) \qquad (۱۴)$$

کد نیز یک سیگنال عددی است که امکان اندازه گیری مدت زمان طی شده از لحظه ارسال تا دریافت را برای کابران فراهم می سازد. کد را می توان به صورت زنجیره ای به هم پیوسته از دو حالت $+1$ و -1 یا به طور متناظر 0 و 1 در نظر گرفت که با الگوریتم های شناخته شده ای تولید و در کنار هم قرار می گیرند. طول هر کدام از دو حالت فوق طول چیپ نامیده می شود که معادل طول موج است. بنابراین با در نظر گرفتن طول چیپ های مختلف با فرکانس های متفاوتی روبرو خواهیم شد. داده ها یا پیام های ناوبری نیز مجموعه ای پیوسته از اعداد دو دویی 0 و 1 هستند که حاوی پارامترهای مداری و برخی اطلاعات مورد نیاز در ناوبری ماهواره ای می باشد.

به طور متداول با استفاده از روش های مدولاسیون این سه سیگنال با یکدیگر ترکیب و به صورت یک سیگنال پیچیده تر منتشر می شود. مدولاسیون امواج الکترومغناطیسی به سه صورت کلی دامنه، فرکانس و فاز قابل انجام می باشد. در مدولاسیون دامنه (AM) بدون هیچ تغییری در فرکانس و فاز موج الکترومغناطیسی دامنه تغییر داده می شود. مدولاسیون فرکانس (FM) بدون هیچ تغییری در دامنه و فاز موج الکترومغناطیسی، فرکانس را تغییر می دهد و نهایتا در مدولاسیون فاز (PM) با ثابت نگهداشتن دامنه و فرکانس موج الکترومغناطیسی، فاز تغییر می یابد. به طور معمول در تولید سیگنال های ناوبری ماهواره ای پس از جمع زدن کد و پیام ناوبری حاصل آن با مدولاسیون فاز بر روی موج اصلی یا موج حامل قرار می گیرد. با در نظر گرفتن موج حامل به صورت معادله (۱۴) و مدولاسیون آن با کد ($C(t)$) و پیام های ناوبری ($N(t)$) به معادله جدید زیر خواهیم رسید.

$$L_i(t) = a_i C(t) N(t) \cos(2\pi f_i t) \qquad (۱۵)$$

کدهای تولیدی در سامانه های ناوبری ماهواره ای علیرغم اینکه از یک الگوریتم مشخص ریاضی پیروی می کنند، در عین حال رفتار آن دارای ویژگی های نویز تصادفی می باشد. لذا به آنها کدهای نویز شبه تصادفی (PRN) گفته می شود. تولید کدهای نویز شبه تصادفی (PRN) بر مبنای استفاده از یک وسیله سخت افزاری موسوم به ثبات های انتقال بازخوردی (FSR) می باشد. مطابق نگاره (۲) چنین وسیله ای شامل تعدادی خانه است که هر خانه بیانگر یک حافظه یک بیتی می باشد. متناظر با هر پالس ساعت، تمام بیت ها یک خانه به سمت راست جابجا می شوند و محتوای خانه آخر (در سمت راست) به عنوان خروجی یادداشت می شود. مقدار جدید خانه اول (در سمت چپ) با جمع دو دویی دو خانه دیگر بر اساس یک چند جمله ای تعیین می شود. انتخاب این دو خانه با توجه ویژگی کد خروجی مورد نظر، آزادانه و آگاهانه انجام می گیرد.

Number of cell	1	2	3	4	5
Initial state	1	0	1	1	0
Successive state	1	1	0	1	1

نگاره ۲– اساس عملکرد یک ثبات انتقال بازخوردی (FSR) پنج خانه ای

برای روشن تر شدن موضوع، خانه های 2 و 3 را در نظر بگیرید. پس از یک پالس ساعت، خروجی ثبات انتقال بازخوردی (FSR) عدد دو دویی 0 (محتوای خانه پنجم به عنوان خانه آخر) است و برای خانه اول عدد دو دویی 1 (جمع محتوای خانه های 2 و 3) قرار می گیرد. حاصل ده بار تکرار مراحل فوق زنجیره اعداد دو دویی 1101110010 می باشد. معمولا کدهای تولیدی در سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای از ترکیب دو زنجیره اعداد دو دویی حاصل از دو ثبات انتقال بازخوردی (FSR) بدست می آیند.

افزایش تعداد خانه ها منجر به طولانی تر شدن کدها می شود و حداکثر طول یک کد نویز شبه تصادفی برای یک ثبات انتقال بازخوردی n خانه ای از رابطه $2^n - 1$ تعیین می شود. از آنجا که فردی بنام Gold نشان داد که با انتخاب تعداد خانه های ثبات انتقال بازخوردی (n) زوج، کد نویز شبه تصادفی حاصل دارای خاصیت همبستگی خیلی خوبی است. از این رو کدهای حاصل از چنین فرآیندی به کدهای Gold معروف هستند.

چنانچه در تولید سیگنال های ناوبری ماهواره ای از دو کد استفاده شود، پس از جمع زدن هر کد با پیام ناوبری و مدوله کردن آنها با یک موج حامل به روش مدلاسیون فاز و در نظر داشتن یک اختلاف فاز نود درجه ای بین دو کد (معروف به تربیع فاز) به سیگنال پیچیده تر زیر خواهیم رسید.

$$L_i(t) = a_{1i}C_1(t)N(t)\cos(2\pi f_i t) + a_{2i}C_2(t)N(t)\sin(2\pi f_i t) \qquad (۱۶)$$

که در آن $C_1(t)$ و $C_2(t)$ کدها، a_{1i} و a_{1i} دامنه های کدها و سایر عبارات مانند رابطه (۱۵) می باشد.

کمیت های مشاهده (سنجه های) ماهواره ای

اساسا سه نوع مشاهده توسط گیرنده های GNSS ثبت می شوند. یکی شبه فاصله، دیگری فاز موج حامل و بعدی داپلر یا نرخ فاز موج حامل است. در زیر به بیان مدل ریاضی هریک از این مشاهدات پرداخته می شود.

شبه فاصه یا کد

سنجه شبه فاصله در واقع از سنجش اختلاف زمانی بین لحظه ارسال و لحظه دریافت سیگنالهای GNSS بدست می آید. هرچند مراد از سنجش زمان، در یک مرجع زمانی پایدار و یکسان در ماهواره و گیرنده می باشد، لیکن رفتار ساعت های موجود در ماهواره ها و گیرنده ها بگونه ای است که در هر لحظه نسبت به دستگاه مرجع زمانی سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای دارای یک اختلاف می باشند.

$$\begin{aligned}\Delta t = t_r - t^s &= \left(t^{GNSS}(r) - \delta t_r\right) - \left(t^{GNSS}(s) - \delta t^s\right) \\ &= \Delta t^{GNSS} + \Delta t_r^s\end{aligned} \qquad (۱۷)$$

با ضرب اختلاف زمان (Δt) در سرعت امواج الکترومغناطیسی (c)، فاصله بین ماهواره و گیرنده برحسب واحد طول (متر) بدست می آید. با توجه به اینکه اختلاف زمان Δt آلوده به خطاهای ساعت ماهواره و گیرنده می باشد و نیز حضور سایر منابع خطاها نظیر اثرات جوی، فاصله بدست آمده نیز آلوده به خطاهای قابل

ملاحظه است. به همین دلیل به چنین فاصله ای شبه فاصله اطلاق می شود و معادله مشاهده آن بـا در نظـر گرفتن سایر منابع خطاها به صورت زیر نوشته می شود [Abouslame, 1996].

$$P = c\Delta t + d\rho + d_{ion} + d_{trop} + \varepsilon(P_{mult}) + \varepsilon(P_{rx}) \qquad (۱۸)$$
$$= c\Delta t^{GNSS} + d\rho + c\Delta t_r^s + d_{ion} + d_{trop} + \varepsilon(P_{mult}) + \varepsilon(P_{rx})$$
$$= \rho + d\rho + c(\delta t_r - \delta t^s) + d_{ion} + d_{trop} + \varepsilon(P_{mult}) + \varepsilon(P_{rx})$$

که در آن

P: شبه فاصله اندازه گیری شده (m)،

ρ: فاصله هندسی بین ماهواره و گیرنده (m)،

$d\rho$: خطای مداری (اسمی و ناشی از SA)،

c: سرعت امواج الکترومغناطیسی در خلاء ($m/\sec$)،

δt^s: خطای ساعت ماهواره (sec)،

δt_r: خطای ساعت گیرنده (sec)،

d_{ion}: خطای یونسفریک (m)،

d_{trop}: خطای تروپسفریک (m)،

$\varepsilon(P_{mult})$: خطای چند مسیری شبه فاصله (m) و

$\varepsilon(P_{rx})$: نویز اندازه گیری شبه فاصله است.

یادآوری می شود از آنجا که فاصله هندسی ρ در معادلـه (۱۸) تـابع دو زمـان متفـاوت t^{GNSS} در دو لحظـه ارسال و دریافت سیگنال می باشد، لذا با توجه به سرعت زیاد ماهواره در مدار خود عبارت تصحیحی $\dot{\rho}\Delta t$ که بیانگر سرعت شعاعی ماهواره در اختلاف زمان Δt است نیز باید در نظر گرفته شود. لیکن با توجـه بـه طـول چیپ های نسبتا بزرگ کدها و در نظر داشـتن حـداکثر سـرعت شـعاعی $\dot{\rho} = 0.9kms^{-1}$ و اخـتلاف زمـان $\Delta t = 0.07s$، اثر آن در حدود $60cm$ خواهد بود که می توان از آن چشم پوشی کرد. فاصـله هندسـی بـین

ماهواره و گیرنده (ρ) معمولا در دستگاه مختصات کارتزین WGS-84 برحسب بردارهای موقعیت ماهواره (X^s,Y^s,Z^s) و گیرنده (X_r,Y_r,Z_r) بیان می شود.

$$\rho=\sqrt{(X^s-X_r)^2+(Y^s-Y_r)^2+(Z^s-Z_r)^2} \qquad (۱۹)$$

همانطورکه معادله (۱۸) نشان می دهد، مشاهده شبه فاصله شامل تعدادی خطای اندازه گیری است. خطاهای مداری و ساعت ماهواره شامل هر دو اثر SA (Selective Availability) و خطاهای دیگر می باشد. خطاهای یونسفریک و تروپسفریک باعث اثرات تاخیر اتمسفریک روی شبه فاصله می‌شوند. خطای چند مسیری ناشی از انعکاس امواج ماهواره بواسطه محیط اطراف گیرنده است. نویز گیرنده اساساً به ویژگی های ردیابی سیگنال گیرنده و وضعیت دینامیکی گیرنده بستگی دارد. در مورد خطاهای اندازه گیری بطور مفصل تر در بخش بعدی بحث خواهد شد.

فاز موج حامل

سنجه فاز موج حامل بعنوان دقیقترین مشاهده GNSS، عبارتست از اختلاف بین فاز موج حامل دریافت شده از ماهواره و فاز موج حامل تولید شده در گیرنده. چنانچه فاز حامل دریافتی از ماهواره را با $\varphi^s(t)$ و فاز حامل تولیدی در گیرنده را با $\varphi_r(t)$، که به ترتیب دارای فرکانس های f^s و f_r هستند، نمایش دهیم، با توجه به روابط (۷) و (۸) و خطاهای ساعت ماهواره و گیرنده می توان روابط زیر نوشت.

$$\varphi^s(t)=f^s t-f^s\frac{\rho}{c}+f^s\delta t^s \qquad (۲۰)$$
$$\varphi_r(t)=f_r t+f_r\delta t_r$$

حال با توجه تعریفی که از سنجه فاز موج حامل ارائه شد می توان معادله مشاهده آن را به صورت زیر نوشت.

$$\varphi_r^s(t) = \varphi_r(t) - \varphi^s(t) \qquad (۲۱)$$
$$= f_r t + f_r \delta t_r - f^s t + f^s \frac{\rho}{c} - f^s \delta t^s$$
$$= f^s \frac{\rho}{c} + \left(f_r - f^s\right)t + f_r \delta t_r - f^s \delta t^s$$

بدلیل پایداری بالای فرکانس ها در طول یک شبانه روز (10^{-12})، اختلاف بین هریک از فرکانس های f^s و f_r با فرکانس اسمی شان بسیار کم است. به عنوان مثال برای حالتیکه $f = 1.5GHz$ در نظر گرفته شود، این اختلاف حدود $df = 1.5\times10^{-3}\,Hz$ است. با توجه به موضوع فوق و کوتاه بودن زمان سیر سیگنال از ماهواره تا گیرنده ($0.07s$) حداکثر خطای فرکانس روی سنجه فاز حدود 10^{-4} دور خواهد بود که بسیار کمتر از نویز اندازه گیری فاز است و می توان فرکانس های f^s و f_r را یکسان فرض نمود. بنابراین رابطه (۲۱) را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد.

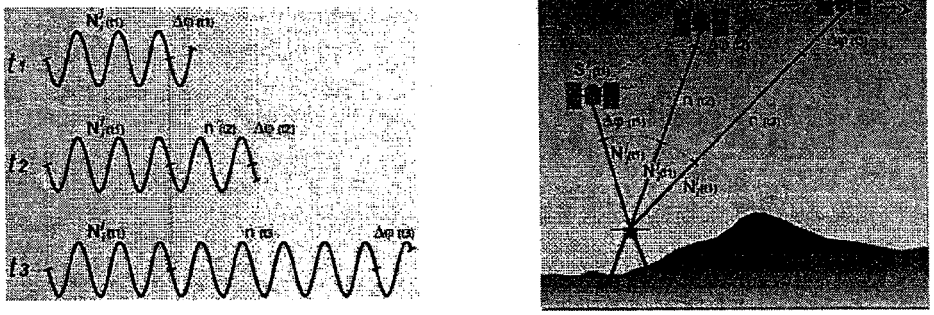
$$\varphi_r^s(t) = f\frac{\rho}{c} + f\left(\delta t_r - \delta t^s\right) = f\frac{\rho}{c} + f\delta t_r^s \qquad (۲۲)$$

حال بر می گردیم به لحظه شروع اندازه گیری فاز یا به عبارت صحیح تر اندازه گیری اختلاف فاز $\varphi_r^s(t)$ که با خرده ای از فاز مواجه هستیم. در واقع در لحظه شروع اندازه گیری فقط بخشی از یک دور کامل ($\Delta\varphi_r^s$) مورد اندازه گیری قرار می گیرد و تعداد دورهای صحیح بین ماهواره و گیرنده، که معمولا با N نمایش داده می شود و معروف به ابهام فاز اولیه است، مجهول باقی می ماند.

$$\varphi_r^s(t) = \Delta\varphi_r^s + N \qquad (۲۳)$$

بطور طبیعی با گذشت زمان از لحظه شروع اندازه گیری و فرض برقراری ارتباط پیوسته بین گیرنده و ماهواره، به ازای هر اختلاف فاز $\pm 2\pi$ معادل آن ± 1 دور کامل ثبت می شود. برای مثال نگاره () را با یک گیرنده i و یک ماهواره j در سه لحظه t_1، t_2 و t_3 در نظر بگیرید. اگر در اولین لحظه اندازه گیری (t_1) خرده فاز اندازه گیری شده را با $\Delta\varphi(t_1)$ نشان دهیم، معادله کامل سنجه فاز حامل به صورت ترکیبی از $\Delta\varphi(t_1)$ و

تعداد دورهای صحیح بین گیرنده i و یک ماهواره j یعنی $N_i^j(t_1)$ نمایش داده می شود. در زمان های t_2 و t_3 با توجه به فاصله گرفتن ماهواره از گیرنده، علاوه بر تعداد دورهای صحیح بین گیرنده i و یک ماهواره j در لحظه t_1 ($N_i^j(t_1)$) و خرده فاز های جدید $\Delta\varphi(t_2)$ و $\Delta\varphi(t_3)$، تعدادی دور کامل نیز مانند $n(t_2)$ و $n(t_3)$ ثبت شده اند که در نگاره (۳) به ترتیب 2 و 5 می باشند. آنچه که به عنوان اندازه گیری های فاز حامل شناخته می شود در واقع یک عدد حقیقی است که بخش صحیح آن بیانگر تعداد دورهای صحیح از لحظه شروع اندازه گیری تا زمان مورد نظر و بخش اعشاری آن بیانگر خرده فاز در زمان مورد نظر است. یادآوری می شود چنانچه فاصله بین ماهواره و گیرنده در حال کم شدن باشد، علامت خرده فاز و تعداد دورهای صحیح مورد اندازه گیری منفی خواهد بود.



نگاره ۳– مفهوم ابهام فاز اولیه با کمک یک گیرنده i و یک ماهواره j در سه لحظه t_1، t_2 و t_3

با توضیحات فوق و تبدیل واحد دور به متر با ضرب در طول موج فاز حامل (λ) و نیز در نظر گرفتن سایر منابع خطاها، معادله مشاهده فاز حامل به صورت زیر بیان می‌گردد [Abousalem,1996].

$$\Phi = \rho + d\rho + c\left(\delta t_r - \delta t^s\right) + \lambda N - d_{ion} + d_{trop} + \varepsilon(\Phi_{mult}) + \varepsilon(\Phi_{rx}) \qquad (۲۴)$$

که در آن Φ مشاهده فاز موج حامل (m)، N ابهام فاز صحیح ($cycle$)، λ طول موج حامل (m)، $\varepsilon(\Phi_{mult})$ خطای چند مسیری فاز موج حامل و $\varepsilon(\Phi_{rxt})$ نویز اندازه گیری فاز موج حامل بر حسب متر هستند. سایر عبارات مشابه معادله (۱۸) می باشند.

با مقایسه معادلات (۱۸) و (۲۴) در می یابیم که هر دو مشاهده فاز موج حامل و شبه فاصله بجز عبارت λN و علامت عبارت d_{ion}، که بر خلاف سنجه کد بیانگر تقدم در سنجه فاز است، مشابه می باشند. این دو مشاهده از حدود مختلف دقت برخوردارند زیرا معمولا طول موج شبه فاصله از طول موج فاز حامل خیلی بزرگتر است. همچنین مشاهده فاز موج حامل نویز گیرنده و خطای چند مسیری خیلی کمتری از مشاهده شبه فاصله دارد و در نتیجه دارای دقت بالاتری است. اما مشاهده فاز موج حامل دارای ابهام است، زیرا مقدار صحیح ابهام فاز موج حامل N نمی‌تواند از قبل معلوم گردد و تعیین آن کار خیلی ساده‌ای نیست. ابهام فاز N در واقع تعداد دورهای صحیح طول موج حامل است که در لحظه شروع برقراری ارتباط ماهواره با گیرنده وجود دارد و مادامیکه این ارتباط قطع نشود مقدار آن ثابت باقی می‌ماند.

داپلر

بر خلاف سنجه های کد و فاز، سنجه داپلر یا نرخ فاز موج حامل نتیجه مستقیم یک سیگنال ارسالی از ماهواره نیست. این سنجه از مشتق زمانی مشاهده فاز موج حامل در معادله (۲۴) بدست می آید که در کاربردهای کینماتیک است بسیار مفید است [Abousalem,1996].

$$\dot{\Phi} = \dot{\rho} + d\dot{\rho} + c\left(\dot{\delta t}_r - \dot{\delta t}^s\right) + \dot{d}_{ion} + \dot{d}_{trop} + \varepsilon(\dot{\Phi}_{mult}) + \varepsilon(\dot{\Phi}_{rx}) \qquad (۲۵)$$

همانطورکه از معادله فوق پیداست، مشاهده داپلر فاقد ابهام فاز است. بنابراین مشاهده داپلر مستقل از قطعی فاز است و علاوه بر برآورد سرعت لحظه ای گیرنده برای تعیین جهش های فاز یا همان قطعی های فاز در طول زمان اندازه گیری فاز بسیار مناسب می باشد.

سنجه های ترکیبی

معمولا به دلایل مختلفی هر ماهواره ناوبری چندین موج تولید و ارسال می کند. بنابراین امکان استخراج انواع سنجه های ترکیبی وجود دارد. از این گذشته با حضور همزمان چندین ماهواره و چندین گیرنده در لحظات مختلف امکان ترکیب های تفاضلی مختلف نیز وجود دارد. بنابراین در ادامه سنجه های ترکیبی را در دو دسته " ترکیب غیر تفاضلی سنجه های مختلف" و " ترکیب تفاضلی سنجه های یکسان" به طور جداکانه مورد بررسی قرار می دهیم.

ترکیب های غیر تفاضلی سنجه های مختلف

در بخش قبلی دیده شد با دو سنجه اساسی کد و فاز در تعیین موقعیت ماهواره ای آشنا شدیم. همانطور که اشاره شد به دلیل طول چیپ بزرگ کد نسبت به طول موج فاز، از دقت پایین تری در تعیین موقعیت برخوردار است. بر همین اساس یکی از راه های افزایش دقت و کارایی سنجه کد، هموارسازی آن با سنجه فاز بوسیله ترکیب خطی سنجه کد با سنجه فاز است. علاوه بر آن انواع سنجه های جدید ترکیبی دیگر بین فازها و کدها مطرح هستند که شرح برخی از آنها در زیر آمده است.

ترکیب خطی شبه فاصله فازی

با فرض وجود حداقل دو فاز حامل $L1$ و $L2$ به ترتیب با دو فرکانس متفاوت $f1$ و $f2$، دو سنجه Φ_1 و Φ_2 خواهیم داشت که با در نظر گرفتن دو عدد حقیقی n_1 و n_2 ترکیب خطی حاصل از آنها به صورت زیر نوشته می شود.

$$\Phi = n_1\Phi_1 + n_2\Phi_2 = n_1 f_1 t + n_2 f_2 t = ft \qquad (۲۶)$$

همانگونه که دیده می شود حاصل ترکیب خطی فوق یک سنجه فاز است که فرکانس و طول موج آن به شرح زیر است.

$$f = n_1 f_1 + n_2 f_2 \qquad (۲۷)$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \qquad (۲۸)$$

بر اساس قانون انتشار خطاها، باید توجه نمود که اگر نویز سنجه های فاز Φ_1 و Φ_2 به ترتیب ε_1 و ε_2 باشد، در آن صورت نویز سنجه ترکیبی برابر با $\sqrt{n_1^2\varepsilon_1^2 + n_2^2\varepsilon_2^2}$ خواهد بود.

در حالت قبلی ابهام فاز اولیه سنجه ترکیبی دیگر عددی صحیح نیست، در صورتی که اگر n_1 و n_2 دو عدد صحیح در نظر گرفته شوند، ماهیت صحیح بودن ابهام فاز اولیه برای سنجه ترکیبی نیز حفظ می شود. بر همین اساس دو حالت بسیار ساده از ترکیب خطی شبه فاصله فازی با در نظر گرفتن ($n_1 = 1$ و $n_2 = 1$) و ($n_1 = 1$ و $n_2 = -1$) بدست می آیند.

$$\Phi_N = \Phi_1 + \Phi_2 = (f_1 + f_2)t \qquad (۲۹)$$

$$\Phi_W = \Phi_1 - \Phi_2 = (f_1 - f_2)t \qquad (۳۰)$$

سنجه ترکیبی Φ_N دارای فرکانس بیشتر و در نتیجه طول موج کوتاهتر است و به همین دلیل ترکیب نوار باریک نامیده می شود. سنجه ترکیبی Φ_W دارای فرکانس کمتر و در نتیجه طول موج بلندتر است و به همین دلیل ترکیب نوار پهن نامیده می شود. یادآوری می شود از این دو نوع ترکیب خطی در فرآیند رفع ابهام فاز اولیه استفاده می شود.

$$f = n_1 f_1 + n_2 f_2 \qquad (۲۷)$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \qquad (۲۸)$$

بر اساس قانون انتشار خطاها، باید توجه نمود که اگر نویز سنجه های فاز Φ_1 و Φ_2 به ترتیب ε_1 و ε_2 باشد، در آن صورت نویز سنجه ترکیبی برابر با $\sqrt{n_1^2\varepsilon_1^2 + n_2^2\varepsilon_2^2}$ خواهد بود.

در حالت قبلی ابهام فاز اولیه سنجه ترکیبی دیگر عددی صحیح نیست، در صورتی که اگر n_1 و n_2 دو عدد صحیح در نظر گرفته شوند، ماهیت صحیح بودن ابهام فاز اولیه برای سنجه ترکیبی نیز حفظ می شود. بر همین اساس دو حالت بسیار ساده از ترکیب خطی شبه فاصله فازی با در نظر گرفتن ($n_1 = 1$ و $n_2 = 1$) و ($n_1 = 1$ و $n_2 = -1$) بدست می آیند.

$$\Phi_N = \Phi_1 + \Phi_2 = (f_1 + f_2)t \qquad (۲۹)$$

$$\Phi_W = \Phi_1 - \Phi_2 = (f_1 - f_2)t \qquad (۳۰)$$

سنجه ترکیبی Φ_N دارای فرکانس بیشتر و در نتیجه طول موج کوتاهتر است و به همین دلیل ترکیب نوار باریک نامیده می شود. سنجه ترکیبی Φ_W دارای فرکانس کمتر و در نتیجه طول موج بلندتر است و به همین دلیل ترکیب نوار پهن نامیده می شود. یادآوری می شود از این دو نوع ترکیب خطی در فرآیند رفع ابهام فاز اولیه استفاده می شود.

دو نوع ترکیب خطی دیگر ناشی از اعداد حقیقی که در آنها ($n_1 = 1$ و $n_2 = -\frac{f_2}{f_1}$) و ($n_1 = 1$ و $n_2 = -\frac{f_1}{f_2}$) در نظر گرفته می شوند، به ترتیب به صورت زیر هستند.

$$\Phi_G = \Phi_1 - \frac{f_2}{f_1}\Phi_2 = \left(f_1 - \frac{f_2^2}{f_1}\right)t \qquad (۳۱)$$

$$\Phi_I = \Phi_1 - \frac{f_1}{f_2}\Phi_2 = (f_1 - f_1)t \qquad (۳۲)$$

رابطه Φ_G معروف به باقیمانده هندسی است که برای کاهش اثرات یونسفر مورد استفاده قرار می گیرد. سنجه ترکیبی Φ_I نیز معروف به باقیمانده یونسفری است که برای آشکارسازی جهش فاز مورد استفاده قرار می گیرد. یادآوری می شود که در دو ترکیب اخیر ماهیت صحیح بودن ابهام فاز از بین رفته است.

هموار سازی شبه فاصله کدی

دستیابی به دقت های بالاتر در تعیین موقعیت های آنی با سنجه های کد همواره مورد نظر بوده است. تحقق این امر از طریق هموار سازی سنجه های کد با سنجه های فاز به انجام رسیده است که در ادامه به آن می پردازیم. دو شبه فاصله کدی P_1 و P_2 و دو شبه فاصله فازی Φ_1 و Φ_2 در یک مقطع زمانی اولیه t_1 را در نظر بگیرید. قبل از ترکیب سنجه های فاز و کد به منظور هموار سازی شبه فاصله کدی، ابتدا با تقسیم سنجه های کد بر طول موج فاز حامل مربوط، آنها را به واحد دور تبدیل می کنیم.

$$P_i = \frac{P_i}{\lambda_i} = P_i\frac{f_i}{c} \qquad (۳۳)$$

حال با ارائه رابطه زیر به یک سنجه ترکیبی جدید در لحظه t_1 بر اساس کدهای P_1 و P_2 در لحظه t_1 می رسیم.

$$P(t_1) = \frac{f_1 P_1(t_1) - f_2 P_2(t_1)}{f_1 + f_2} \qquad (۳۴)$$

سنجه فوق بر حسب دور می باشد و فرکانس آن $f_1 - f_2$ می باشد. با توجه به رابطه فوق و قانون انتشار خطاها، چنانچه فرکانس های $f1$ و $f2$ به یکدیگر نزدیک باشند، نویز سنجه ترکیبی از نویز تک تک کدها کمتر خواهد بود. حال سنجه ترکیبی نوار پهن با استفاده از فازهای Φ_1 و Φ_2 را برای لحظه t_1 در نظر می گیریم.

$$\Phi_W(t_1) = \Phi_1(t_1) - \Phi_2(t_1) \qquad (۳۵)$$

نویز سنجه نوار پهن در شرایط نویز یکسان برای سنجه های فاز Φ_1 و Φ_2، $\sqrt{2}$ برابر خواهد بود که با توجه به دقت ذاتی بالای سنجه های فاز در مقابل سنجه های کد قابل چشم پوشی است. همچنین یادآوری می شود با توجه به اینکه فرکانس ترکیب نوار پهن نیز $f_1 - f_2$ است، لذا دارای طول موج یکسانی با سنجه ترکیبی کدها است. حال به منظور هموار سازی شبه فاصله کدی، آلگوریتم زیر را بکار می بریم.

ابتدا یک شبه فاصله کدی برون یابی شده برای هر لحظه بعد از t_1 مانند t_i با استفاده از دو سنجه ترکیبی فوق را به صورت زیر بدست می آوریم.

$$P(t_i)_{ex} = P(t_1) + \left(\Phi_W(t_i) - \Phi_W(t_1)\right) \qquad (۳۶)$$

اکنون مقدار هموار شده شبه فاصله کدی را برای لحظه t_i با میانگین گیری مقادیر $P(t_i)$ و $P(t_i)_{ex}$ بدست می آید.

$$P(t_i)_{sm} = \frac{1}{2}\left(P(t_i) + P(t_i)_{ex}\right) \qquad (۳۷)$$

حال با در نظر گرفتن هر زمان اختیاری t_i و t_{i-1}، می توان روابط فوق را تعمیم داد و به یک الگوریتم بازگشتی به صورت زیر رسید. این الگوریتم با شرط اولیه $P(t_i) = P(t_i)_{ex} = P(t_i)_{sm}$ برای تمام مقادیر $i > 1$ قابل استفاده است.

$$P(t_i) = \frac{f_1 P_1(t_i) - f_2 P_2(t_i)}{f_1 + f_2} \qquad (۳۸)$$

$$\Phi_W(t_i) = \Phi_1(t_i) - \Phi_2(t_i) \qquad (۳۹)$$

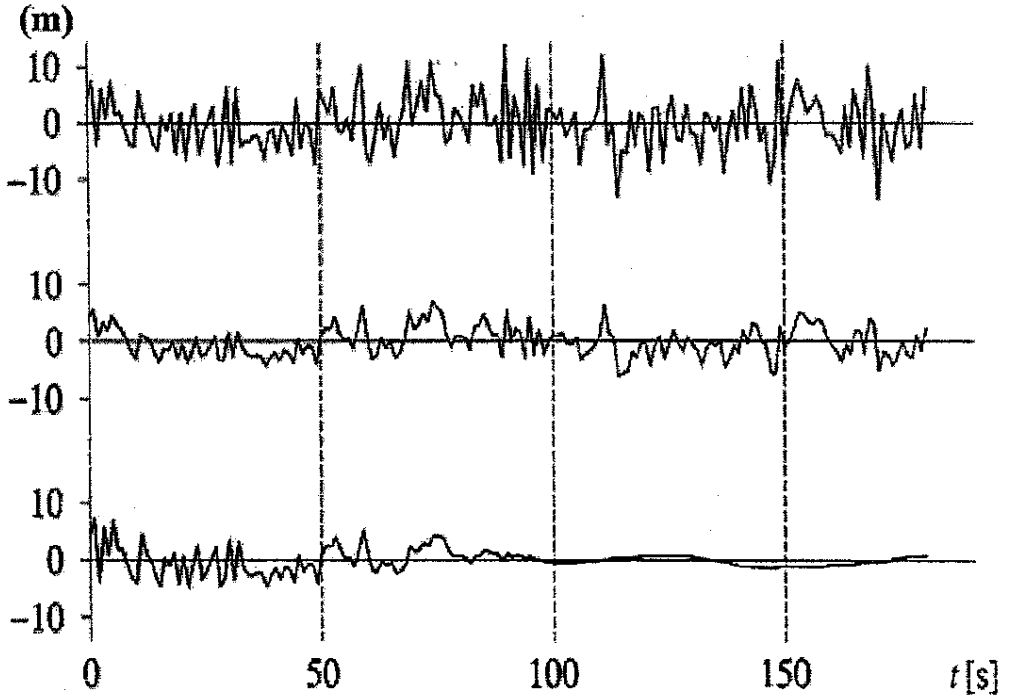
$$P(t_i)_{ex} = P(t_{i-1})_{sm} + \left(\Phi_W(t_i) - \Phi_W(t_{i-1})\right) \qquad (۴۰)$$

$$P(t_i)_{sm} = \frac{1}{2}\left(P(t_i) + P(t_i)_{ex}\right) \qquad (۴۱)$$

همانطور که می دانیم سنجه فاز دارای ابهام فاز اولیه است و در صورت هر نوع قطعی فاز در طول اندازه گیری مقدار آن دچار تغییر می شود. این تغییر فاز در طول اندازه گیری به جهش فاز معروف است و در صورت بروز آن الگوریتم فوق نیز درست عمل نخواهد کرد. بر همین اساس با اندکی اصلاح در الگوریتم قبلی به یک الگوریتم جدید می رسیم که برای حل مشکل جهش فاز مناسب است. در واقع به جای میانگین حسابی در الگوریتم قبلی، در این الگوریتم از میانگین وزندار استفاده می شود.

$$\begin{aligned} P(t_i)_{sm} &= wP(t_i) + (1-w)P(t_i)_{ex} \\ &= wP(t_i) + (1-w)\left(P(t_{i-1})_{sm} + \Phi_W(t_i) - \Phi_W(t_{i-1})\right) \end{aligned} \qquad (۴۲)$$

w یک ضریب وزنی وابسته به زمان است که در شروع فرآیند هموار سازی ($i=1$) برابر یک ($w=1$) قرار داده می شود. به این ترتیب تمام وزن به سنجه های کدی داده می شود و سنجه های فازی هیچ نقشی در میانگین گیری وزن دار ندارد. به تدریج در تکرارهای بعدی با یک نرخ مشخص از وزن سنجه های کدی کاسته و به وزن سنجه های فازی اضافه می گردد. نگاره (۴) رفتار شبه فاصله ترکیبی هموار نشده، هموار شده با میانگین حسابی و هموار شده با میانگین وزندار را با در نظر گرفتن گام 0.01 نمایش می دهد که پس از ۱۰۰ ثانیه به طور ثابت به سنجه کد وزن 0.01 و به سنجه فاز وزن 0.99 تخصیص داده شده است. در صورت بروز جهش فاز، بدون نیاز به ترمیم جهش فاز و فقط با آشکارسازی آن، این الگوریتم مجددا از سر گرفته می شود.



نگاره ۴– مقایسه شبه فاصله ترکیبی هموار نشده، هموار شده با میانگین حسابی و هموار شده با میانگین وزندار

یک الگوریتم دیگر برای هموار سازی شبه فاصله کدی، استفاده از اختلاف فازهای بین دو لحظه شروع و دلخواه t_1 و t_i بر اساس انتگرال داپلر شیفت است. همانطور که از معادله مشاهده داپلر پیداست، این اختلاف فازها عاری از هرگونه جهش فاز است. از هر شبه فاصله کدی در لحظه t_i ($P(t_i)$)، می توان با رابطه زیر شبه فاصله کدی در لحظه t_1 ($P(t_1)_i$) را تخمین زد.

$$P(t_1)_i = P(t_i) + \Delta\Phi(t_i, t_1) \qquad (۴۳)$$

چنانچه n سنجه کد و فاز مربوط به زمان های مختلف در اختیار داشته باشیم، در این صورت میانگین حسابی شبه فاصله های حاصل از رابطه (۴۳) به صورت زیر قابل تعیین است.

$$P(t_1)_m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} P(t_1)_i \qquad (۴۴)$$

سپس با استفاده از رابطه زیر شبه فاصله هموار شده برای مقطع زمانی t_i به دست می آید.

$$P(t_1)_{sm} = P(t_1)_m + \Delta\Phi(t_i, t_1) \qquad (۴۵)$$

روابط (۴۳) تا (۴۵) را می توان به صورت متوالی طی یک الگوریتم بکار برد که در آن ضمن بر طرف شدن مشکل جهش فاز، سنجه کد $P(t_1)_m$ نیز به دلیل میانگین گیری از سطح نویز کمتری برخوردار است.
ترکیبات دیگری نیز وجود دارند که از پرداختن به آنها در این بخش خودداری می شود، ولی برخی از آنها که کاربرد های خاص در حذف یا کاهش برخی خطاها نظیر خطای یونسفر دارند مجددا در بخش مربوط به بررسی منابع خطاها مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

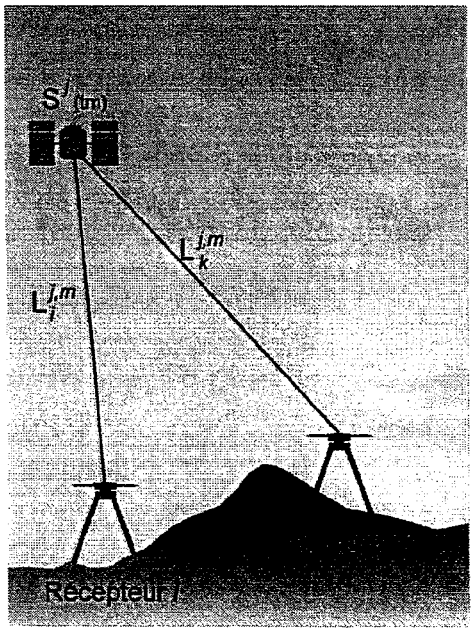
ترکیب های تفاضلی سنجه های مشابه

ترکیب تفاضلی یگانه

سه نوع اختلاف گیری یگانه برای سنجه های GNSS (کد یا فاز) می توان در نظرگرفت. علیرغم مزایای سنجه تفاضلی یگانه، نویز آن تقریبا $\sqrt{2}$ برابر از نویز سنجه ساده بزرگتر است. مطابق نگاره (۵) اولین نوع، اختلاف گیری بین دو گیرنده و یک ماهواره در یک مقطع زمانی مانند t است که با نماد Δ معرفی می شود. این نوع اختلاف گیری باعث حذف خطای ساعت ماهواره و به تناسب کوتاه بودن فاصله بین دو گیرنده باعث کاهش خطاهای مسیر ماهواره، یونسفر و تروپسفر نیز می شود. معادله تفاضلی یگانه بین دو گیرنده برای سنجه های شبه فاصله و فاز موج حامل به ترتیب بصورت زیر می باشد (Liu,1993).

$$\Delta P = \Delta\rho + \Delta d\rho + c\delta t_r + \Delta d_{ion} + \Delta d_{trop} + \varepsilon(\Delta P_{mult}) + \varepsilon(\Delta P_{rx}) \qquad (۴۶)$$

$$\Delta\Phi = \Delta\rho + \Delta d\rho + c\delta t_r + \lambda\Delta N - \Delta d_{ion} + \Delta d_{trop} + \varepsilon(\Delta\Phi_{mult}) + \varepsilon(\Delta\Phi_{rx}) \qquad (۴۷)$$



نگاره ۵– تفاضل یگانه بین دو گیرنده و یک ماهواره

نوع دوم، اختلاف گیری بین دو ماهواره و یک گیرنده است که با نماد ∇ معرفی می شود. دراین نوع اختلاف گیری خطای ساعت گیرنده حذف و درصورتیکه ماهواره ها به اندازه کافی بهم نزدیک باشند، خطاهای دیگر نیز کاهش می یابند. معادله تفاضلی این نوع اختلاف گیری برای سنجه های شبه فاصله و فاز موج حامل بصورت زیر می‌باشد.

$$\nabla P = \nabla \rho + \nabla d\rho - c\nabla \delta t^s + \nabla d_{ion} + \nabla d_{trop} + \varepsilon(\nabla P_{mult}) + \varepsilon(\nabla P_{rx}) \qquad (۴۸)$$

$$\nabla \Phi = \nabla \rho + \nabla d\rho - c\nabla \delta t^s + \lambda \nabla N - \nabla d_{ion} + \nabla d_{trop} + \varepsilon(\nabla \Phi_{mult}) + \varepsilon(\nabla \Phi_{rx}) \qquad (۴۹)$$

نوع سوم، عبارتست از اختلاف گیری بین دو مقطع زمانی (اپک) برای یک گیرنده و یک ماهواره است که با نماد δ معرفی می شود. مزیت عمده این نوع اختلاف گیری حذف کامل ابهام فاز اولیه و نیز کشف جهش های فاز برای سنجه فاز موج حامل است. هرچه فاصله زمانی بین اپک‌ها کمتر باشد سایر خطاها نیز به میزان قابل ملاحظه‌ای کاهش می یابند. معادله این نوع اختلاف گیری برای سنجه های شبه فاصله و فاز به ترتیب بصورت زیر بیان می گردد.

$$\delta P = \delta \rho + \delta d\rho + c\delta(\delta t_r - \delta t^s) + \delta d_{ion} + \delta d_{trop} + \varepsilon(\delta P_{mult}) + \varepsilon(\delta P_{rx}) \qquad (۵۰)$$

$$\delta \Phi = \delta \rho + \delta d\rho + c\delta(\delta t_r - \delta t^s) - \delta d_{ion} + \delta d_{trop} + \varepsilon(\delta \Phi_{mult}) + \varepsilon(\delta \Phi_{rx}) \qquad (۵۱)$$

ترکیب تفاضلی دوگانه

در این نوع ترکیب تفاضلی هم سه نوع اختلاف گیری دوگانه برای سنجه های GNSS (کد یا فاز) می توان در نظرگرفت. مجددا تاکید می شود، متاسفانه علیرغم مزایای آن، نویز آن تقریبا $\sqrt{2}$برابر از نویز ترکیب