که در آن:

db: خطای طول پایه،

dr: خطای موقعیت ماهواره (خطای مداری)،

b: فاصله بین دو ایستگاه مورد نظر، و

ρ: فاصله گیرنده تا ماهواره است.

چنانچه خطای موقعیت ماهواره را ± 20 متر و فاصله گیرنده تا ماهواره را 20000 کیلومتر فرض نمائیم، اثر خطای مداری در تعیین موقعیت تفاضلی $1ppm$ خواهد بود. همچنین به راحتی می توان فهمید که برای یک خطای ثابت در طول پایه، هر چه اندازه آن بلندتر می شود خطای مداری باید کمتر شود. برای مثال در جدول (۱) با فرض خطای ثابت $1cm$، مقادیر متناظر با آن برای خطای مداری و اندازه طول پایه آمده است.

جدول ۱- رابطه بین خطای مداری و اندازه طول پایه با خطای $1cm$

Baseline length	Admissible orbit error
0.1 km	2500 m
1.0 km	250 m
10 km	25 m
100 km	2.5 m
1000 km	0.25 m

علاوه بر بکارگیری سنجه های تفاضلی و روش های تعیین موقعیت تفاضلی که در کاهش اثر خطای مداری مفید هستند، استفاده از پارامترهای مداری مناسب، که از سطوح دقت های مختلف برخوردارند، نیز سهم بسزایی در کاهش اثر خطای مداری در تعیین موقعیت ایستگاه های زمینی دارد. در جدول (۲) چهار دسته از پارامترهای مداری از دقت چند متر تا بهتر از پنج سانتی متر، که با اسامی و طرق مختلف منتشر می شوند، برای کاربردهای گوناگون مهندسی و مطالعاتی معرفی شده اند. بنابراین کاربران سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای علاوه بر بکارگیری روش های تعیین موقعیت تفاضلی برای مقابله با خطای مداری، بسته به هدف مورد نظر از پارامترهای مداری مناسب نیز استفاده می کنند.

جدول ۲- چهار دسته پارامتر مداری با دقت های مختلف

Orbits	Accuracy	Latency	Updates	Sample Interval
Broadcast	~ 260 cm/ ~ 7 ns	real time	–	daily
Ultra-Rapid	~ 25 cm/~5 ns	real time	twice daily	15 min/15 min
Rapid	5 cm/0.2 ns	17 hours	daily	15 min/5 min
Final	< 5 cm/0.1 ns	~ 13 days	weekly	15 min/5 min

خطای ساعت ماهواره

خطای ساعت ماهواره ناشی از اختلاف زمان ساعت ماهواره نسبت به زمان GNSS است. ارتباط بین زمان ساعت ماهواره و زمان GNSS توسط بخش کنترل زمینی سامانه GNSS از طریق ارسال ضرایب یک مدل چند جمله‌ای در اطلاعات ناوبری معین می‌گردد[Liu,1993]

$$\Delta t_{sv}=a_0+a_1(t-t_0)+a_2(t-t_0)^2 \qquad (۵۰)$$

که در آن

Δt_{sv}: اختلاف بین زمان ساعت ماهواره و زمان GNSS،

t: زمان GNSS در لحظه اندازه گیری،

t_0: زمان مرجع پیام های ناوبری،

a_0: جدایی زمان ساعت ماهواره،

a_1: نرخ جدایی و

a_2: دریفت فرکانس است.

همانطورکه قبلا اشاره شد ماهواره ای GNSS حامل ساعتهای اتمی بسیار دقیقی هستند که باعث حفظ زمان GNSS در یک حد دقت خوب می‌شوند. درحالیتیکه که پدیده SA فعال نباشد میزان خطای ساعت ماهواره در حد زیر یک میکرو ثانیه یا معادل آن ۳۰۰ متر می باشد.

برای مقابله با این خطا می‌توان با استفاده از ضرایب ارسالی، دقت همزمانی ساعت ماهواره و زمان GNSS را به حد ۲۰ ns رساند (wells,1986). همچنین از انجا که خطای ساعت ماهواره ها برای تمام گیرنده‌ها یکسان است، در تعیین موقعیت تفاضلی بین گیرنده ها این خطا بطور کامل حذف می‌شود.

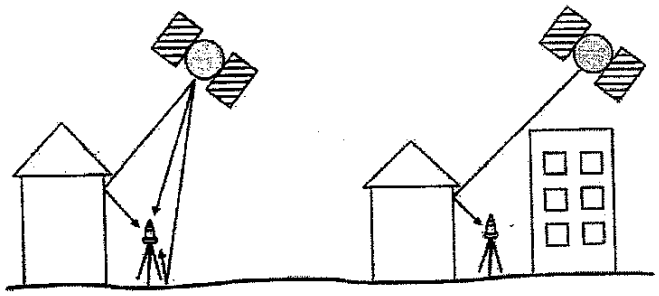
خطای ساعت گیرنده

همانند خطای ساعت ماهواره، خطای ساعت گیرنده نیز اختلاف زمانی بین ساعت گیرنده و زمان GNSS است و می توان آنرا به شکل یک مدل ساده چند جمله‌ای نمایش داد. البته می دانیم که قبل از شروع هر پروژه نقشه برداری با GNSS، گیرنده‌های ژئودتیک با زمان GNSS همزمان می‌شوند. اما این همزمان سازی تنها تا کسری از یک میلی ثانیه اعتبار دارد و همان مقدار باقیمانده خطای ساعت گیرنده را تشکیل می‌دهد. این نوع خطا در گیرنده های مختلف دارای مقادیر متفاوتی می‌باشد که به سخت افزار داخلی و نوسانساز بکار رفته در گیرنده بستگی دارد. بعنوان مثال دامنه این خطا از ۲۰۰ نانو ثانیه تا چند میلی ثانیه گزارش شده است که عامل تعیین کننده ای در قیمت گیرنده ها می‌باشد (Abousalem, 1996).

در تعیین موقعیت نقطه ای (مطلق) این خطا بعنوان یکی از پارامترهای مجهول باید برآورد شود، درحالیکه در تعیین موقعیت نسبی سعی بر حذف آن می شود. می‌دانیم که خطای ساعت گیرنده برای همه مشاهدات انجام گرفته توسط یک گیرنده یکسان است و بنابراین با اعمال روش های تفاضلی مناسب این خطا بطور کامل حذف می شود.

خطای چند مسیری

خطای چند مسیری ناشی از دریافت سیگنالهای GNSS توسط گیرنده از یک مسیر غیر مستقیم است که بواسطه انعکاس سیگنال های GNSS از روی اشیاء و سطوح منعکس کننده اطراف آنتن ایجاد می شود (نگاره (۴)). این خطا بر روی هر دو مشاهده کد و فاز موج حامل اثر می گذارد (Leick,1995).



نگاره ۴- نمایش خطای چند مسیری

مقدار خطای چند مسیری برای شبه فاصله کدی خیلی بیشتر از شبه فاصله فازی است. مقدار این خطا برای شبه فاصله کدی می‌تواند تای ک طول موج (chip) برسد درحالیکه برای فاز موج حامل کمتر از 25% طول موج است. همچنین خطای چند مسیری با نسبت توان سیگنال مستقیم به توان سیگنال انعکاس یافته متناسب است. این خطا در حالت استاتیک از تابع گوس تبعیت نمی‌کند و دارای نوسانات سینوسی با تناوب های چند دقیقه ای است. درحالیکه در حالت کینماتیک به علت جابجایی و حرکت گیرنده و تغییر محیط اطراف دارای خاصیت تصادفی است (Liu,1993).

برای مقابله و کاهش این خطا نیز روش های مختلفی وجود دارد. ساده ترین روش انتخاب دقیق و محتاطانه نوع آنتن و محل استقرار آنتن است. بطور مثال استفاده از آنتن های choke-ring بطور قابل ملاحظه‌ای اثر خطای چند مسیری را کاهش می دهد. روش بعدی که زیاد هم مورد استفاده قرار می‌گیرد، متوسط گیری زمانی است که بطور موثری اثر چند مسیری را از بین می برد. روش دیگر استفاده از روش ترکیب مشاهده فاز و کد است که میزان خطای چند مسیری شبه فاصله کدی را کاهش می دهد.

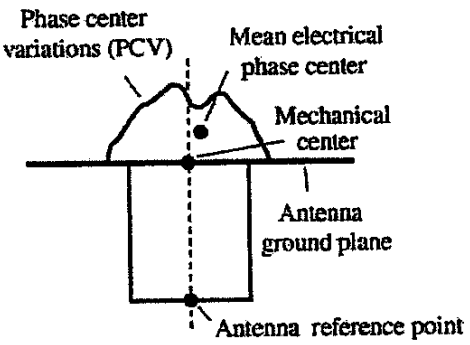
اثرات نسبیتی

چنانچه دو دستگاه چهاربعدی $S(x,y,z,t)$ و $S'(x',y',z',t')$ را در نظر بگیریم که دستگاه S ساکن و دستگاه S' نسبت به S بطور یکنواخت با سرعت v در حال حرکت باشد، سه نوع اثر تغییر زمان، دایلر مرتبه دوم و تغییر جرم بین دو دستگاه بوجود می آید که به آنها اثرات نسبیت خاص گفته می شود. بنابر نسبیت خاص فاصله زمانی Δt در S برای یک مشاهده گر در حال حرکت با S' طولانی تر است. در واقع

ساعت های متحرک کندتر از ساعت های ثابت می باشند. از آنجا که فرکانس رابطه معکوس با زمان دارد، فرکانس دریافتی در گیرنده های ثابت کمتر از فرکانس ارسالی از یک متحرک است. همچنین جرم یک جسم در دستگاه S کمتر از همان جرم در دستگاه S' می باشد. بنابراین اگر در سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای، یک چارچوب مقایسه ساکن در مرکز زمین (بطور نسبی) و یک چارچوب مقایسه شتاب دار منتسب به هر یک از ماهواره ها در نظر گرفته شوند، اثرهای نسبیت مربوط به مدار ماهواره، انتشار سیگنال ماهواره، و هر دو ساعت ماهواره و گیرنده می تواند محاسبه شوند.

خطای صفر و تغییرات مرکز فاز آنتن

مرکز فاز آنتن ها نقطه ای است که اندازه گیری سیگنال رادیویی به آن نسبت داده می‌شود و بطور معمول با مرکز فیزیکی آنتن یکی نیست و می تواند به دو بخش تقسیم شود (نگاره (۵)). یکی بخش ثابت است که بیانگر یک اختلاف ثابت بین مرکز فاز میانگین و مرکز فیزیکی آنتن است که تعیین آن بر اساس مشاهدات آزمایشگاهی با چرخاندن آنتن کار نسبتا ساده ای است. بخش دوم متغیر است و بستگی به ارتفاع، آزیموت و شدت سیگنال ماهواره دارد و برای هر موج متفاوت است. معمولا دقت آنتن ها بر اساس تغییرات مرکز فاز آنتن سنجیده می شود و نه براساس جدایی ثابت یا خطای صفر. مدلسازی تغییرات مرکز فاز آنتن کار نسبتا پیچیده ای است و برای هر آنتن این اثر متفاوت است.



نگاره ۵- نمایش خطای صفر و تغییرات مرکز فاز آنتن

نویز گیرنده

نویز گیرنده اساسا، ناشی از محدودیت های الکترونیکی گیرنده است. این خطا از نویز حرارتی بوجود آمده در آنتن نویز نوسانساز گیرنده و سایر قطعات سخت افزاری گیرنده حاصل می شود. نویز گیرنده به عواملی همچون عرض باند ردیابی، نسبت سیگنال به نویز (S/N) و پارامترهای مکانیزاسیون ردیابی کد بستگی دارد. بنابراین بسته به نوع گیرنده مقدار نویز گیرنده از 0.1 تا 1 درصد طول موج یا چیپ سیگنال مورد ردیابی متغیراست. جدول (۳) سطوح مقادیر نویز را برای مشاهدات مختلف GPS نمایش می دهد (Abousalem,1996).

جدول ۳- مقادیر مختلف نویز گیرنده برای مشاهدات GPS

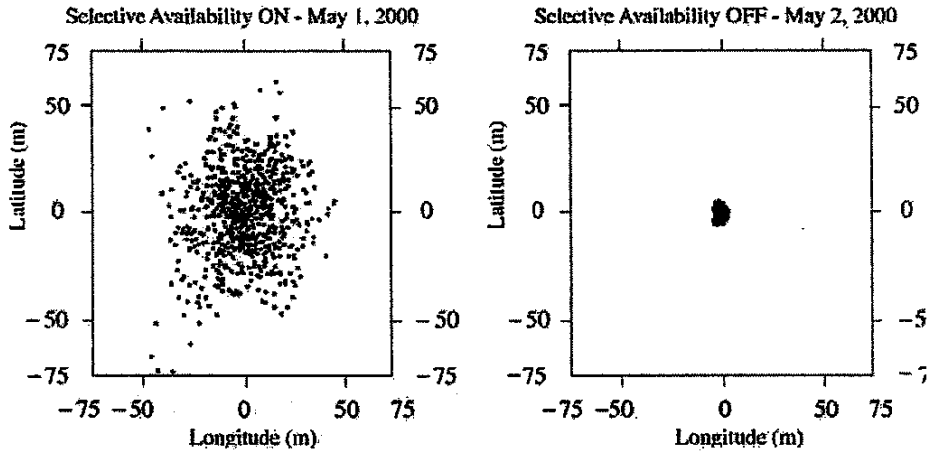
سیگنال GNSS	طول موج	نویز گیرنده
شبه فاصله کد C/A	300 متر	3 – 0.3 متر
شبه فاصله کد P	30 متر	30 – 3 سانتی متر
فاز موج حامل ($L1, L2$)	20 سانتی متر	2 – 0.2 میلی متر

قابلیت انتخابی (SA)

قابلیت انتخابی در واقع یک خطای عمدی است که وزارت دفاع آمریکا از طریق اعمال به ساعت ماهواره ها (نوع δ) و مدار ماهواره های نسل دوم GPS (نوع ε) درسامانه GPS ایجاد می کند. این امر باعث می شود که دقت های مسطحاتی و ارتفاعی به ترتیب تا ± 100 متر و ± 156 متر در سطح اطمینان 95% کاهش یابد (Abousalem, 1996). فعالیت این پدیده از ۲۵ مارس ۱۹۹۰ آغاز شد و ماهواره های نسل دوم را تحت تاثیر قرارداد. البته کابران مجاز مانند ارتش آمریکا و متحدانش از گیرنده‌های مخصوص که قادرند اثر این پدیده را خنثی نمایند، استفاده می کنند.

خطای ناشی از پدیده SA را می‌توان با پس پردازش های اطلاعات جمع آوری شده و استفاده از اطلاعات مداری دقیق و تصحیحات ساعت ماهواره تا میزان زیادی از بین برد. همچنین به کمک روش‌های تعیین موقعیت تفاضلی نیز می توان از این خطا تا میزان خوبی اجتناب نمود.

یادآوری می شود این پدیده با دستور مستقیم ریاست جمهوری ایالات متحده از دوم ماه می سال ۲۰۰۰ خاموش شده است و تا کنون نیز فعال نشده است. بر همین اساس دقت های تعیین موقعیت آنی حاصل از مشاهدات کد تا حدود ده برابر بهبود یافته اند (نگاره (۶)). البته این امکان وجود دارد که مجددا فعال شود.



نگاره ۶- خطای عمدی *SA* روز قبل و بعد از خاموش شدن آن در دوم ماه می ۲۰۰۰

فصل هفتم

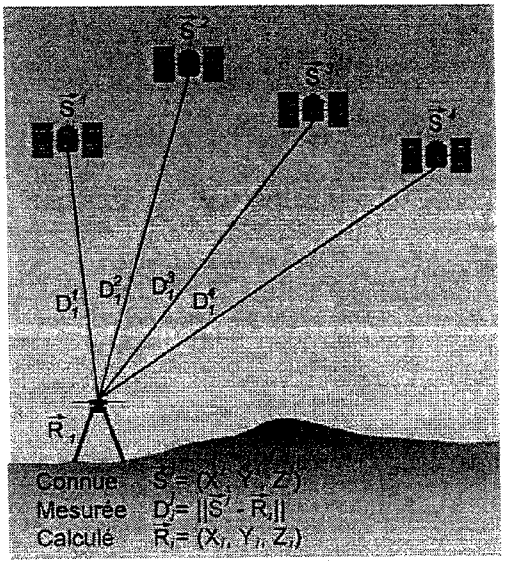
روش ها و مدل های ریاضی تعیین موقعیت در GNSS

روشهای تعیین موقعیت در GNSS

در این بخش به بررسی برخی روشهای تعیین موقعیت در GNSS پرداخته می شود. این بررسی عمدتا به تعیین موقعیت نقطه‌ای یا مطلق بر اساس مشاهدات داپلر، شبه فاصله کد و فاز موج حامل و تعیین موقعیت تفاضلی یا نسبی براساس مشاهدات ترکیبی اختصاص دارد.

تعیین موقعیت نقطه ای (SPP)

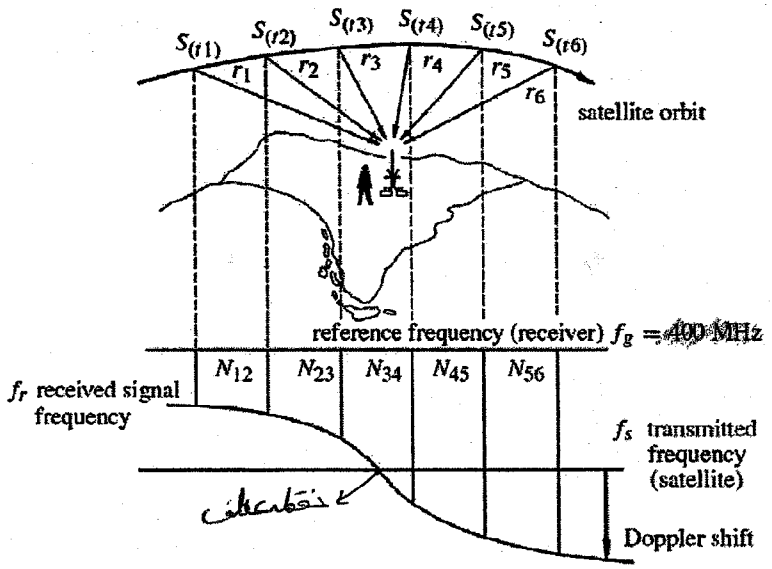
تعیین موقعیت مطلق یا همان نقطه ای ساده ترین روش تعیین موقعیت GNSS است. مطابق نگاره (۱) دراین نوع تعیین موقعیت تنها از یک گیرنده GNSS برای ردیابی سیگنال های ماهواره ای استفاده می‌شود. چنانچه از مجموعه خطاهای ذکر شده تنها خطای ساعت گیرنده را مجهول فرض نمائیم، حداقل چهار ماهواره برای تعیین موقعیت سه بعدی محل استقرار آنتن باید بطور همزمان ردیابی شوند. تعیین موقعیت نقطه ای برای کاربردهای غیر دقیقی همچون ناوبری اشخاص بصورت تفریحی، مسافرت های برون شهری و هدایت وسایل پرنده همچون چرخ بال ها بسیار مفید است و جایگزین خوبی برای نقشه های کاغذی می باشد. این نوع تعیین موقعیت در واقع یک تعیین موقعیت آنی است که از دقت نسبتاً کمی برخوردار است. بدیهی است برای دستیابی به دقت های بالاتر می توان از روش پس پردازش با اطلاعات ناوبری دقیق ماهواره بهره جست.



نگاره ۱- تعیین موقعیت نقطه ای در سامانه های GNSS

تعیین موقعیت نقطه ای با روش داپلر

در سامانه های تعیین موقعیت ماهواره‌ای دو موج همسان در ماهواره‌ها و دردستگاه های گیرنده تولید می‌شود و موج تولید شده در ماهواره ارسال و در گیرنده دریافت می‌شود. همانطور که قبلا نیز اشاره شد به دلیل حرکت نسبی بین ماهواره و گیرنده و تغییر فاصله بین ماهواره و گیرنده در هر لحظه پدیده داپلر اتفاق افتاده و فرکانس موج ماهواره در دو لحظه ارسال و دریافت در گیرنده متغیراست و با یکدیگر اختلاف دارند که به این اختلاف "داپلر شیفت" گفته می‌شود. میزان داپلر شیفت به سرعت و جهت حرکت ماهواره نسبت به گیرنده بستگی دارد و بنابراین می‌تواند بیانگر موقعیت گیرنده نسبت به موقعیت ماهواره باشد. از آنجا که فرکانس دریافتی از ماهواره نسبت به زمان متغیر و اندازه گیری آن توام با خطاهای غیر قابل کنترل می‌باشد، با توجه به اینکه فرکانس آن در لحظه ارسال معلوم بوده، از مقایسه آن با فرکانس همسانش که در گیرنده تولید می‌شود می‌توان مدل ریاضی مناسبی برای تعیین موقعیت گیرنده نسبت به ماهواره به دست آورد. اختلاف بین فرکانس تولید شده در گیرنده، که عملاً برای پرهیز از ایجاد داپلر شیفت های با علامت مخالف، دقیقا" برابرفرکانس ارسالی تولید نمی‌شود، و فرکانس دریافتی را "فرکانس بیت" می‌نامند. در نگاره (۲) فرکانس‌های ارسالی، دریافتی و تولید شده نشان داده شده‌اند.



نگاره ۲- تعیین موقعیت مطلق به روش داپلر

در نگاره بالا، فرکانس تولید شده در گیرنده (f_g) و فرکانس ارسال شده توسط ماهواره (f_s) بصورت خطوط مستقیم دیده می شوند که بیانگر پایداری و ثبات آنها می باشد. البته در واقعیت این دو فرکانس دارای نوساناتی هستندکه بصورت خطا در مدل های تعیین موقعیت درنظر گرفته می‌شوند. فرکانس دراف‌ت شده در گیرنده (f_r) نیز با یک منحنی نمایش داده شده است که بیانگر تغییر در فرکانس ناشی از پدیده داپلر است. مساحت های بین دو خط f_r و f_g در فاصله‌های زمانی $[t_1,t_2]$، $[t_2,t_3]$، $[t_3,t_4]$ و ... برابراست با انتگرال فرکانس‌های بیت در محدوده‌های زمانی ذکرشده، که به ترتیب با N_{12}، N_{23}، N_{34} و ... نشان داده شده‌اند و به آنها "شمارش داپلر" می گویند.

$$N_{12} = \int_{1+\frac{r1}{c}}^{2+\frac{r2}{c}} (f_g - f_r)dt = \int_{1+\frac{r1}{c}}^{2+\frac{r2}{c}} f_g dt - \int_{1+\frac{r1}{c}}^{2+\frac{r2}{c}} f_r dt \qquad (۱)$$

در این رابطه c سرعت انتشار امواج الکترومغناطیسی، ri فاصله گیرنده تا ماهواره در لحظه ti است. از طرفی مجموع فرکانس های ارسالی از ماهواره با مجموع فرکانس های دریافتی برای هر فاصله زمانی باید یکسان باشد.

$$\int_{1+\frac{r1}{c}}^{2+\frac{r2}{c}} f_r dt = \int_1^2 f_s dt \qquad (۲)$$

با انتخاب ρ_i به جای ri و در نظر گرفتن هر فاصله زمانی دلخواه مانند $[t_{n-1}, t_n]$ و سپس جایگذاری رابطه (۲) در رابطه (۱) و انتگرال گیری از آن به رابطه زیر خواهیم رسید.

$$N_{n-1,n} = \frac{\Delta\rho_{n-1,n}}{c} f_g + (f_g - f_s)\Delta t_{n-1,n} \qquad (۳)$$

که در آن $\Delta\rho_{n-1,n} = \rho_n - \rho_{n-1}$ و $\Delta t_{n-1,n} = t_n - t_{n-1}$ است. حال با در نظر گرفتن رابطه هندسی فاصله گیرنده تا ماهواره در هر لحظه، می توان رابطه (۳) را بر حسب مختصات گیرنده و ماهواره بازنویسی نمود.

$$\begin{aligned} N_{n-1,n} = \frac{f_g}{c}\Big(&\left[(X_n - X_r)^2 + (Y_n - Y_r)^2 + (Z_n - Z_r)^2\right]^{0.5} \\ &- \left[(X_{n-1} - X_r)^2 + (Y_{n-1} - Y_r)^2 + (Z_{n-1} - Z_r)^2\right]^{0.5}\Big) \\ &+ (f_g - f_s)\Delta t_{n-1,n} \end{aligned} \qquad (۴)$$

اختلاف (پول و)

در رابطه فوق (X_r, Y_r, Z_r) مختصات ایستگاه زمینی و $(X_{n-1}, Y_{n-1}, Z_{n-1})$ و (X_n, Y_n, Z_n) مختصات ماهواره در لحظه های t_{n-1} و t_n می باشند. چنانچه مختصات ماهواره از طریق پیام های ناوبری یا سایر منابع اطلاعاتی معلوم باشد، با توجه به معلوم بودن شمارش داپلرها که بوسیله گیرنده سنجیده می‌شود و نیز مقادیر معلوم f_g و f_s می‌توان رابطه (۴) را یک معادله با سه مجهول مختصات ایستگاه زمینی (X_r, Y_r, Z_r) در نظر گرفت. بر پایه رابطه (۴) با تشکیل سه معادله در سه فاصله زمانی می‌توان این

مجهولات را بدست اورد. البته با توجه به خطاهای سیستماتیک مختلف، بایستی مجهولات مربوط به این خطاها را نیز در معادله وارد شوند و در نتیجه عملا به بیش از سه معادله برای تعیین موقعیت مطلق یک ایستگاه زمینی نیاز خواهیم داشت. یادآوری می شود که یک مزیت عمده روش های ماهواره‌ای امکان تهیه مشا هدات خیلی زیاد در یک زمان کوتاه، ودر نتیجه رسیدن به درجه آزادی بالا در حل مساله به روش کمترین مربعات است.

تعیین موقعیت نقطه‌ای با شبه فاصله کد

چنانچه بجز خطای ساعت گیرنده (δt_r)، سایر خطاهای موثر در تعیین موقعیت GNSS را صرفنظر یا معلوم فرض نمائیم، معادله مشاهده شبه فاصله کد را برای یک مقطع زمانی t می توان بصورت زیر نوشت (Hofmann,1994):

$$P_i^j(t) = \rho_i^j(t) + c\delta t_i(t) \qquad (۵)$$

که در آن

$P_i^j(t)$: مشاهده شبه فاصله کدی بین ایستگاه زمینی i و ماهواره j،

$\rho_i^j(t)$: فاصله هندسی بین ایستگاه زمینی i و ماهواره j،

c: سرعت نور در خلاء و

$\delta t_n(t)$: اختلاف زمان ساعت گیرنده و زمان GNSS است.

اگر تعداد ماهواره های مورد ردیابی را با n_j و تعداد اپک های مشاهداتی را با n_i نمایش دهیم، برای رسیدن به سه مجهول موقعیت ایستگاه زمینی i و یک مجهول خطای ساعت گیرنده باید تا معادله زیر برقرار باشد (Hofmann,1994).

$$n_j . n_t \geq 3 + n_t \qquad (۶)$$

با در نظر گرفتن تنها یک اپک، یعنی $n_t = 1$، براحتی در می‌یابیم که حداقل چهار ماهواره باید بطور همزمان ردیابی شوند تا مجهولات بدست آیند. بنابراین در کاربردهای کینماتیکی با شرط $n_j \geq 4$، گیرنده مورد نظر می‌تواند حرکت نماید و در هر لحظه موقعیت خود را بدست آورد. بدیهی است هرچه تعداد ماهواره‌های قابل ردیابی از ۴ بیشتر شود درجه آزادی نیز بیشتر شده و دقت تعیین موقعیت ایستگاه متحرک نیز بالاتر می‌رود.

در کاربردهای استاتیکی که ایستگاه زمینی در طول زمان مشاهده ثابت می‌ماند وضعیت تغییر می‌یابد. دراین حالت دیگر نیازی به مشاهده همزمان چهار ماهواره در هر لحظه نمی‌باشد، زیرا همواره سه مجهول موقعیت ایستگاه زمینی ثابت است. براساس نامعادله (۶) تنها با داشتن دو ماهواره ($n_j = 2$) می‌توان با انجام حداقل سه اپک مشاهده ($n_t \geq 3$) به موقعیت گیرنده دست یافت. اما عملا به علت بوجود آمدن شرایط نامناسب هندسی با دو ماهواره نمی توان به تعیین موقعیت پرداخت، مگر اینکه زمان مشاهده طولانی باشد. از آنجا که سامانه های GNSS بگونه ای طراحی شده اند که در هر زمان تعداد ماهواره های قابل ردیابی بیش از حداقل مورد نیاز هستند، دقت بسیار خوبی در حالت استاتیکی نتیجه می شود.

تعیین موقعیت نقطه ای با فاز موج حامل

با در نظر گرفتن فرض مشابه در مورد خطاهای موثر در تعیین موقعیت با GNSS معادله مشاهده شبه فاصله فاز را برای یک مقطع زمانی t می توان به صورت زیر نوشت (Hofmann,1994) :

$$\Phi_i^j(t) = \rho_i^j(t) + \lambda N_i^j + c\delta t_i(t) \qquad (۷)$$

که در آن

$\Phi_i^j(t)$: مشاهده شبه فاصله فازی بین ایستگاه زمینی i و ماهواره j،

$\rho_i^j(t)$: فاصله هندسی بین ایستگاه زمینی i و ماهواره j،

λ : طول موج فاز حامل،

$N_i^j(t)$: تعداد طول موج های صحیح ابهام فاز اولیه (دور های مبهم در اپک اول)،

c: سرعت نور در خلاء و

$\delta t_u(t)$: اختلاف زمان ساعت گیرنده و زمان GNSS است.

با مقایسه معادلات (۵) و (۷) در می‌یابیم که در تعیین موقعیت نقطه‌ای با فاز موج حامل علاوه بر چهار مجهول قبلی، یک مجهول جدید بنام ابهام فاز اولیه N_i^j ظاهر شده است. بنابراین با در نظر گرفتن n_j و n_i به عنوان تعداد ماهواره ای قابل ردیابی و تعداد اپک های مشاهداتی، باید نامعادله زیر برقرار باشد (Hofamann,1994).

$$n_j.n_i \geq 3 + n_j + n_i \qquad (۸)$$

با مشاهده نامعادله (۸)، براحتی در می یابیم که برای تنها یک اپک ($n_i = 1$) هیچگاه نمی توان به مجهولات مورد نظر رسید، زیرا تعداد مجهولات بیشتر از تعداد مشاهدات می‌شود. اما چنانچه حداقل چهارماهواره در یک اپک داشته باشیم و از قبل ابهام فاز اولیه را حل کرده باشیم، وضعیت شبیه تعیین موقعیت نقطه ای با شبه فاصله کدی می‌شود. از آنجا که ابهام فاز اولیه تابع زمان نیست، بنابراین این امر میسر است و می‌توان با یکی از روش‌های شناخته شده ابهام فاز اولیه را در ابتدا حل نمود و تنها برای حل چهار مجهول دیگر تلاش نمود. بعنوان مثال در حالتی که چهار ماهواره قابل ردیابی می‌باشد، از لحاظ تئوری لازم است که حداقل سه اپک ($n_i \geq 3$) درحالت استاتیک مشاهده شود تا ابهام فاز اولیه حل شود و بعد از آن می‌توان هم بطور استاتیکی و هم درکاربردهای کینماتیکی به تعیین موقعیت گیرنده پرداخت.

تعیین موقعیت تفاضلی یا نسبی (DGNSS)

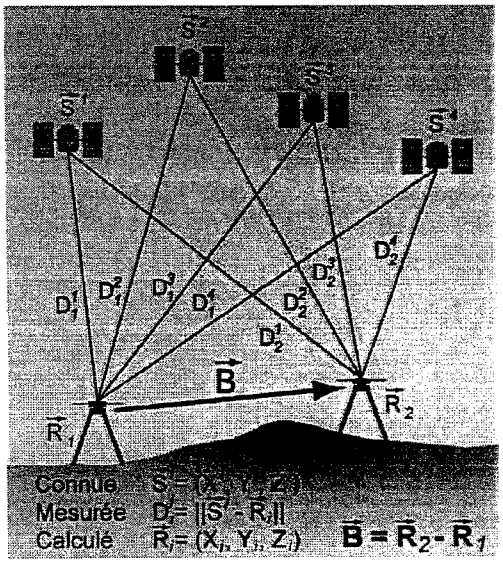
در تعیین موقعیت تفاضلی هدف تعیین مختصات یک نقطه مجهول نسبت به یک نقطه معلـوم وثابـت اسـت. بعبارت دیگر هدف از تعیین موقعیت تفاضلی تعیین بردار طول پایه بین دو گیرنده زمینی است.

مطابق نگاره (۳) چنانچه ایستگاه مرجع (معلوم) را A و ایستگاه مجهول را B و بـردار طـول پایـه را ΔR_{AB} بنامیم، بردار موقعیت نقطه B بصورت زیر بدست می آید (Hofmann,1994).

$$R_B = R_A + \Delta R_{AB} \qquad (۹)$$

که در آن ΔR_{AB} را می توان بصورت زیر نمایش داد.

$$\Delta R_{AB} = \begin{bmatrix} X_B - X_A \\ Y_B - Y_A \\ Z_B - Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X_{AB} \\ \Delta Y_{AB} \\ \Delta Z_{AB} \end{bmatrix} \qquad (۱۰)$$



نگاره ۳- تعیین موقعیت تفاضلی در سامانه های GNSS

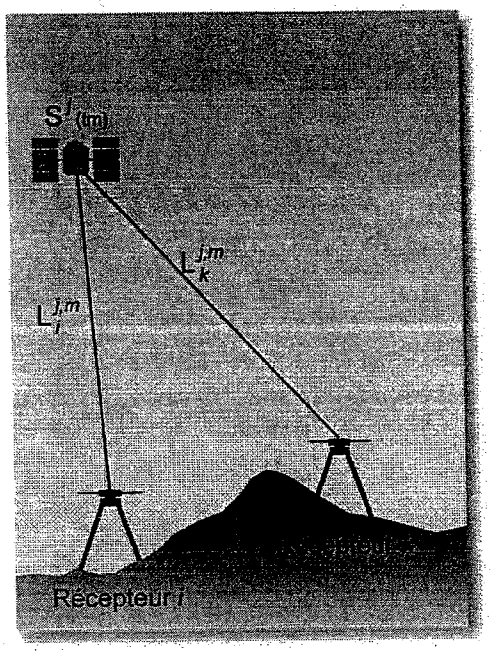
همانگونه که در بخش منابع خطاها دیده شد، اغلب خطاهای موثر در مشاهدات GNSS با استفاده از روشهای تفاضلی بطور قابل ملاحظه ای کاهش و یا حتی حذف می شوند. بنابراین با انجام مشاهدات همزمان در هر دو ایستگاه A و B می توان به دقت بالایی برای موقعیت نقطه مجهول رسید. ترکیبات مختلفی از مشاهدات مختلف بین ایستگاههای زمینی و ماهواره های قابل ردیابی می توان در نظر گرفت که در زیر به بیان اجمالی آنها پرداخته می شود.

تعیین موقعیت تفاضلی یگانه (جنسی)

همانطور که قبلا دیده شد سه نوع اختلاف گیری یگانه برای مشاهدات GNSS می توان در نظرگرفت. مطابق نگاره (۴) اولین نوع آن، اختلاف گیری بین دو گیرنده و یک ماهواره Δ است که باعث حذف خطای ساعت ماهواره و کاهش خطاهای مسیر ماهواره، یونسفری وتروپسفری می شود. هرچه فاصله بین دو گیرنده کم باشد میزان کاهش خطاهای فوق بیشتراست. معادلات تفاضلی یگانه بین دو گیرنده برای مشاهدات شبه فاصله و فاز موج حامل به ترتیب بصورت زیر می باشند (Liu,1993).

$$\Delta P = \Delta\rho + \Delta d\rho + c\delta t_r + \Delta d_{ion} + \Delta d_{trop} + \varepsilon(\Delta P_{mult}) + \varepsilon(\Delta P_{rx}) \qquad (۱۱)$$

$$\Delta\Phi = \Delta\rho + \Delta d\rho + c\delta t_r + \lambda\Delta N - \Delta d_{ion} + \Delta d_{trop} + \varepsilon(\Delta\Phi_{mult}) + \varepsilon(\Delta\Phi_{rx}) \qquad (۱۲)$$



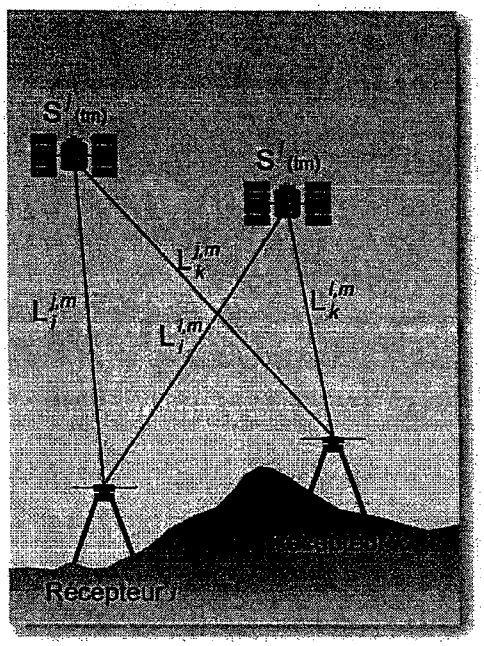
نگاره ۴- تعیین موقعیت تفاضلی یگانه بین دو گیرنده و یک ماهواره

تعیین موقعیت تفاضلی دوگانه

انواع اختلاف گیری های دوگانه نیز قبلا برای مشاهدات GNSS معرفی شده اند. مطابق نگاره (۵) اولین نوع آن، اختلاف گیری بین دو گیرنده و دو ماهواره مختلف ($\nabla\Delta$) است که در واقع ترکیبی از اختلاف گیری‌های یگانه نوع اول و دوم می باشد. این نوع اختلاف گیری متداول ترین اختلاف گیری جهت پردازش مشاهدات GNSS است. از جمله مزایای استفاده از این نوع اختلاف گیری حذف کامل خطای ساعت گیرنده و ماهواره و کاهش موثر خطاهای مداری، یونسفری و تروپسفری می‌باشد. معادلات مربوط به این نوع اختلاف گیری برای هر دو مشاهده شبه فاصله کدی و فاز موج حامل بصورت زیر می باشد (Liu,1993).

$$\nabla\Delta P = \nabla\Delta\rho + \nabla\Delta d\rho + \nabla\Delta d_{ion} + \nabla\Delta d_{trop} + \varepsilon(\nabla\Delta P_{mult}) + \varepsilon(\nabla\Delta P_{rx}) \qquad (۱۳)$$

$$\nabla\Delta\Phi = \nabla\Delta\rho + \nabla\Delta d\rho + \lambda\nabla\Delta N - \nabla\Delta d_{ion} + \nabla\Delta d_{trop} + \varepsilon(\nabla\Delta\Phi_{mult}) + \varepsilon(\nabla\Delta\Phi_{rx}) \qquad (۱۴)$$



نگاره ۵- تعیین موقعیت تفاضلی دوگانه بین دو گیرنده و دو ماهواره

جدول ۱- دامنه منابع خطاها در تعیین موقعیت نقطه ای و نسبی با استفاده از مشاهده کد C/A در GPS

منبع خطا	روش تعیین موقعیت		
	نقطه ای	تفاضلی یگانه بین گیرنده ها	تفاضلی دوگانه بین گیرنده ها و ماهواره ها
تروپسفر	متر۲۰-۲	۰/۳-۳ ppm	۰/۲-۰/۴ ppm
یونسفر	متر ۳۰-۲	۰/۲-۰/۴ ppm	۰/۲۵-۲ ppm
مداری (اسمی)	متر ۲۰-۵	۰/۵-۱ ppm	۰/۵-۲ ppm
مداری (SA)	متر ۶۰-۲۰	۱-۲ ppm	۳-۵ ppm
چند مسیری	متر ۱۰-۰	متر ۱۴-۰	متر ۲۰-۰
نویزگیرنده	متر۳-۰/۱	متر ۴/۲-۰/۱۴	متر ۶-۰/۲

متاسفانه در این نوع اختلاف گیری خطاهای وابسته به گیرنده مانند خطای چند مسیری و نویز گیرنده تشدید می‌یابند. در جدول (۱) میزان خطاهای حاصل از روش های تعیین موقعیت نقطه ای، تفاضلی یگانه بین