

• کمیت آزمایشی ترکیب فاز و کد

می دانیم مشاهدات داپلر انتگرال گیری شده مستقل از هر نوع جهش فاز هستند. بنابراین تفاضل فاز های حاصل از آن نیز عاری از جهش فاز می باشند و با مقایسه آنها با تفاضل فاز های اندازه گیری شده می توان محل بروز جهش فازها را تشخیص داد.

تشخیص و ترمیم

همانطور که دیدیم با کمک هر یک از کمیت های آزمایشی مورد بحث در فاصله بین هر دو اپک می توان محل بروز جهش فاز را تشخیص داد و مقدار تقریبی آن را برآورد نمود. مقدار جهش فاز در کمیت های آزمایشی فوق، به جز کمیت آزمایشی باقیمانده یونسفری، باید عددی صحیح باشد. در بیشتر مواقع جهش فاز بیش از یک مورد رخ می دهد و مادامیکه همه آنها تشخیص داده نشوند و تصحیح متناظر به فازهای خام، تفاضلی یگانه، تفاضلی دوگانه یا تفاضلی سه گانه اعمال نشود، مجاز به استفاده از این مشاهدات برای تعیین موقعیت نیستیم. یکی از روش های معمول برای تشخیص و تعیین دقیق اندازه جهش فاز بکارگیری یک سری زمانی از کمیت های آزمایشی بالا و اختلاف گیری های زمانی است. برای روشن تر شدن مسئله مثال مندرج در جدول (۱) را بررسی می کنیم. در این مثال یک سری زمانی به صورت زیر داریم که در لحظه چهارم ( $t_4$ ) یک جهش فاز به اندازه  $\varepsilon$  رخ داده است.

$$y(t_i), \quad i=1,2,3,\dots,7 \quad (7)$$

سری زمانی  $y(t_i)$  می تواند برای هر یک از کمیت های آزمایشی در نظر گرفته شود. در جدول (۱) نمادهای  $y^1, y^2, y^3$  و  $y^4$  به ترتیب بیانگر اختلاف گیری های مرتبه اول، دوم، سوم و چهارم هستند. مطابق جدول (۱) در می یابیم که هر چه مرتبه اختلاف گیری بالاتر می رود اندازه جهش فاز نیز بزرگتر می شود و

در نتیجه تشخیص آن نیز آسان تر می گردد. روش اختلاف گیری مشابه یک فیلتر بالاگذر عمل می کند که باعث حذف اجزای ثابت و فرکانس های پایین و تقویت فرکانس بالا یعنی جهش فاز می شود.

جدول ۱- روش اختلاف گیری در تعیین جهش فاز

$t_i$	$y(t_i)$	$y^1$	$y^2$	$y^3$	$y^4$
$t_1$	0				
		0			
$t_2$	0		0		
		0		$\varepsilon$	
$t_3$	0		$\varepsilon$		$-3\varepsilon$
		$\varepsilon$		$-2\varepsilon$	
$t_4$	$\varepsilon$		$-\varepsilon$		$3\varepsilon$
		0		$\varepsilon$	
$t_5$	$\varepsilon$		0		$-\varepsilon$
		0		0	
$t_6$	$\varepsilon$		0		
		0			
$t_7$	$\varepsilon$				

روش های مختلفی برای تعیین اندازه جهش فاز وجود دارد که یکی از آنها برازش دو منحنی به کمیت های آزمایشی قبل و بعد از جهش فاز و تعیین اختلاف بین این دو منحنی است. برازش می تواند از روش های درون یابی مانند رگرسیون خطی یا کمترین مربعات انجام شود. بکارگیری روش های پیش بینی مانند فیلتر کالمن نیز در هر یک از کمیت های آزمایشی برای تشخیص و تعیین اندازه جهش فاز سودمند است. هنگامیکه از مشاهدات تفاضلی دوگانه استفاده می شود، بهترین روش برای تشخیص و تعیین دقیق اندازه جهش فاز بدون توجه به اینکه کدام ماهواره یا کدام گیرنده یا حتی کدام اپک باعث آن بوده است، بکارگیری روش تفاضل سه گانه بسیار کارآمد است. برای مثال به جدول (۲) توجه کنید که در آن با فرض داشتن دو ماهواره  $p$  و  $q$  و دو گیرنده  $i$  و  $j$  و پنج اپک مشاهده  $(t-2, t-1, t, t+1, t+2)$ ، در اپک  $t$  یک جهش فاز به اندازه  $\varepsilon$  بین ماهواره  $p$  و گیرنده  $j$  رخ داده است. به روشنی پیداست که با استفاده از مشاهدات

تفاضلی سه گانه بین دو ماهواره  $p$  و  $q$  و دو گیرنده  $i$  و  $j$  و دو اپک  $t-1$  و  $t$ ، امکان تعیین جهش فاز بوجود آمده است.

جدول ۲- اثر جهش فاز بر روی مشاهدات فاز تفاضلی یگانه، دوگانه و سه گانه

Carrier Phases			
$\Phi_i^p(t-2)$	$\Phi_j^p(t-2)$	$\Phi_i^q(t-2)$	$\Phi_j^q(t-2)$
$\Phi_i^p(t-1)$	$\Phi_j^p(t-1)$	$\Phi_i^q(t-1)$	$\Phi_j^q(t-1)$
$\Phi_i^p(t)$	$\Phi_j^p(t) + \varepsilon$	$\Phi_i^q(t)$	$\Phi_j^q(t)$
$\Phi_i^p(t+1)$	$\Phi_j^p(t+1) + \varepsilon$	$\Phi_i^q(t+1)$	$\Phi_j^q(t+1)$
$\Phi_i^p(t+2)$	$\Phi_j^p(t+2) + \varepsilon$	$\Phi_i^q(t+2)$	$\Phi_j^q(t+2)$
Single Differences		Triple Differences	
$\Delta\Phi_{ij}^p(t-2)$		$\Delta\Phi_{ij}^q(t-2)$	
$\Delta\Phi_{ij}^p(t-1)$		$\Delta\Phi_{ij}^q(t-1)$	
$\Delta\Phi_{ij}^p(t) + \varepsilon$		$\Delta\Phi_{ij}^q(t)$	
$\Delta\Phi_{ij}^p(t+1) + \varepsilon$		$\Delta\Phi_{ij}^q(t+1)$	
$\Delta\Phi_{ij}^p(t+2) + \varepsilon$		$\Delta\Phi_{ij}^q(t+2)$	
Double Differences		Triple Differences	
$\nabla\Delta\Phi_{ij}^{pq}(t-2)$			
$\nabla\Delta\Phi_{ij}^{pq}(t-1)$		$\delta\nabla\Phi_{ij}^{pq}(t-1, t-2)$	
$\nabla\Delta\Phi_{ij}^{pq}(t) - \varepsilon$		$\delta\nabla\Phi_{ij}^{pq}(t, t-1) - \varepsilon$	
$\nabla\Delta\Phi_{ij}^{pq}(t+1) - \varepsilon$		$\delta\nabla\Phi_{ij}^{pq}(t+1, t)$	
$\nabla\Delta\Phi_{ij}^{pq}(t+2) - \varepsilon$		$\delta\nabla\Phi_{ij}^{pq}(t+2, t+1)$	

پس از تشخیص جهش فاز به کمک کمیت های آزمایشی، می توان آنها را با اضافه نمودن اندازه جهش فاز بعد از محل جهش فاز تصحیح نمود. در صورت استفاده از کمیت آزمایشی ترکیب دو فاز، اعمال تصحیح به مشاهده فاز تک دارای ابهام خواهد بود. چنانچه از ترکیب باقیمانده یونسفری استفاده شود و فرض کنیم تغییرات ابهام فاز  $\Delta N_1$  و  $\Delta N_2$  ناشی از جهش های فاز می باشند، در آن صورت با یک جهش فاز کلی  $\Delta N_I$  در باقیمانده یونسفری مواجه خواهیم شد که دیگر دارای ماهیت عدد صحیح نخواهد بود.

$$\Delta N_I = \Delta N_1 - \frac{f_1}{f_2} \Delta N_2 \quad (8)$$

همانطور که می بینیم معادله (8) یک معادله دو مجهولی است که در آن  $\Delta N_I$  معلوم و  $\Delta N_1$  و  $\Delta N_2$  مجهول هستند. بنابراین یک جواب منحصر بفرد برای معادله فوق وجود ندارد. برای مثال چنانچه نسبت بین

دو فرکانس  $f_1$  و  $f_2$  را (بر اساس فرکانس امواج حامل GPS) برابر  $f_1/f_2 = 154/120 = 77/60$  و  $\Delta N_1$  را صفر در نظر بگیریم، می توان مقادیر صحیح  $\Delta N_1$  و  $\Delta N_2$  به صورت زیر به دست آورد.

$$\Delta N_1 = \frac{f_1}{f_2} \Delta N_2 = \frac{77}{60} \Delta N_2 \quad (9)$$

رابطه فوق نشان می دهد که جواب های زیادی برای  $\Delta N_1$  و  $\Delta N_2$  وجود دارد و نمی توان بین آنها تفاوتی قائل شد. به عنوان مثال جواب های  $\Delta N_1 = 77$  و  $\Delta N_2 = 60$  و  $\Delta N_1 = 154$  و  $\Delta N_2 = 120$  با یکدیگر تفاوتی ندارند زیرا در معادله (۸) صدق می کنند. چنانچه اثر نویز را هم بخواهیم در نظر بگیریم، مقدار آن به صورت ساده با رابطه زیر قابل نمایش است.

$$\sigma_p = \pm 0.01 \text{ cycles} \quad (10)$$

رابطه فوق در واقع بیانگر خطای اندازه گیری فاز برابر با یک صدم طول موج است. مقدار جهش فاز کلی  $\Delta N_1$  در باقیمانده یونسفری معمولاً از اختلاف گیری بین دو اپک با اختلاف زمانی  $\Delta t$  به دست می آید. بنابراین نویز اندازه گیری نیز طبق قانون انتشار خطا بیشتر خواهد شد.

$$\Delta N = \omega_1(t + \Delta t) - \frac{f_1}{f_2} \Phi_2(t + \Delta t) - \left[ \Phi_1(t) - \frac{f_1}{f_2} \Phi_2(t) \right] \quad (11)$$

$$\sigma_{\Delta N} = \pm 2.3\sigma_p = \pm 0.023 \text{ cycles} \quad (12)$$

چنانچه حداکثر خطای محتمل یعنی  $3\sigma_{\Delta N}$  را برای نویز فوق در نظر بگیریم، در آن صورت خطای متناظر با آن تقریباً  $\pm 0.07$  دور خواهد شد که از آن می توان به عنوان قدرت تفکیک پذیری  $\Delta N$  استفاده نمود.

قدرت تفکیک پذیری به این معنی است که هر دو  $\Delta N$  محاسبه شده به ازای  $\Delta N_1$  و  $\Delta N_2$  های اختیاری و صحیح، باید حداقل به اندازه 0.07 دور با یکدیگر تفاوت داشته باشند تا بطور یکتا قابل جداسازی باشند. برای درک بهتر موضوع، جدول (۳) به ترتیب افزایش مقادیر  $\Delta N$  با انتخاب های متفاوت از مقادیر  $\Delta N_1$  و  $\Delta N_2$  از مجموعه اعداد صحیح  $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5$  در ستون اول، نمایش داده شده است. در ستون دوم اختلافات مرتبه اول هر دو  $\Delta N$  متوالی نمایش داده شده اند و ستون های سوم و چهارم نیز مقادیر  $\Delta N_1$  و  $\Delta N_2$  متناظر با  $\Delta N$  را نشان می دهند. برای اختصار، فقط مقادیر منفی و صفر  $\Delta N$  در جدول (۳) آمده اند و برای نمایش مقادیر مثبت کافی است که علامت اعداد ستون های اول، سوم و چهارم را عوض کنیم.

جدول ۳- تغییرات  $\Delta N$  با انتخاب های متفاوت از مقادیر صحیح  $\Delta N_1$  و  $\Delta N_2$

$\Delta N$	Diff.	$\Delta N_1$	$\Delta N_2$	$\Delta N$	Diff.	$\Delta N_1$	$\Delta N_2$
-11.42	1.00	-5	5	-3.72	0.16	-5	-1
-10.42	0.29	-4	5	-3.56	0.14	-1	2
-10.13	0.71	-5	4	-3.42	0.14	3	5
-9.42	0.29	-3	5	-3.28	0.15	-2	1
-9.13	0.28	-4	4	-3.13	0.13	2	4
-8.85	0.43	-5	3	-3.00	0.15	-3	0
-8.42	0.29	-2	5	-2.85	0.13	1	3
-8.13	0.28	-3	4	-2.72	0.16	-4	-1
-7.85	0.29	-4	3	-2.56	0.12	0	2
-7.56	0.14	-5	2	-2.44	0.02*	-5	-2
-7.42	0.29	-1	5	-2.42	0.14	4	5
-7.13	0.28	-2	4	-2.28	0.15	-1	1
-6.85	0.29	-3	3	-2.13	0.13	3	4
-6.56	0.14	-4	2	-2.00	0.15	-2	0
-6.42	0.14	0	5	-1.85	0.13	2	3
-6.28	0.15	-5	1	-1.52	0.13	-3	-1
-6.13	0.28	-1	4	-1.56	0.12	1	2
-5.85	0.29	-2	-3	-1.44	0.02*	-4	-2
-5.56	0.14	-3	2	-1.42	0.14	5	5
-5.42	0.14	1	5	-1.28	0.13	0	1
-5.28	0.15	-4	1	-1.15	0.02*	-5	-3
-5.13	0.13	0	4	-1.13	0.13	4	4
-5.00	0.15	-5	0	-1.00	0.15	-1	0
-4.85	0.29	-1	3	-0.85	0.13	3	3
-4.56	0.14	-2	2	-0.72	0.16	-2	-1
-4.42	0.14	2	5	-0.56	0.12	2	2
-4.28	0.15	-3	1	-0.44	0.16	-3	-2
-4.13	0.13	1	4	-0.28	0.13	1	1
-4.00	0.15	-4	0	-0.15	0.02*	-4	-3
-3.85	0.13	0	3	-0.13	0.13	5	4
-3.72		-5	-1	0.00		0	0

چهار سطر از اختلافات مرتبه اول  $\Delta N$  ها مندرج در جدول (۳) که با علامت \* مشخص شده اند، از حداقل قدرت تفکیک پذیری 0.07 دور کوچکترند. این بدان معنی است که نویز اندازه گیری از تفاوت بین دو  $\Delta N$  بزرگتر است و تشخیص بروز جهش فاز را با ابهام روبرو می کند. با نگاهی دقیق به چهار سطر ستاره دار (\*) متوجه می شویم که در آنها  $\Delta N_1$  یا  $\Delta N_2$  برابر  $\pm 5$  می باشد. بنابراین با حذف  $\Delta N_1 = \pm 5$  و  $\Delta N_2 = \pm 5$  می توان به راحتی جداسازی جهش فازها را تا  $\pm 4$  دور بدون هیچ ابهامی انجام داد. بنابراین می توان به این نتیجه مهم دست یافت که در صورت استفاده از سایر روش ها و تعیین جهش فازهای  $\Delta N_1$  و  $\Delta N_2$  با دقت حدود  $\pm 5$  دور، می توان برای تعیین دقیق آنها از ترکیب باقیمانده یونسفری به شرح بالا بهره برد.

علاوه بر موارد فوق، روش های دیگری نیز در سال های اخیر برای تشخیص و جداسازی جهش فاز ارائه شده اند. ترکیب داده های سامانه های ناوبری ماهواره ای (GNSS) و داده های سامانه های ناوبری اینرشیا (INS) یکی از همین روش های جدید است که استفاده از آن رو به گسترش است.

### ابهام فاز و روش های حل آن

ابهام فاز در مشاهدات GPS به تعداد دورهای کامل یک موج تا قبل از لحظه برقراری ارتباط بین گیرنده و فرستنده اطلاق می گردد. توجه به ماهیت صحیح بودن ابهام فاز به عنوان یک قید اساسی در مشاهدات فاز باعث افزایش صحت برآورد موقعیت می شود. بایستی توجه داشت که این ویژگی فقط در معادلات مشاهدات فاز مطلق و تفاضلی دوگانه قابل استفاده می باشد. متداولترین روش های حل ابهام فاز، روش های جستجوی ابهام فاز می باشد که بر اساس نظریه برآورد عدد صحیح، طراحی و توسعه داده شده اند. روش LAMBDA به عنوان یکی از شاخص ترین این روش ها، بر اساس برآورد کمترین مربعات صحیح بوده که علاوه بر توانایی برآورد مقادیر ابهام فاز، قابلیت اندازه گیری میزان اعتماد پذیری مقادیر برآورد شده را به کمک کمیتی موسوم به نرخ موفقیت (success-rate) دارد و مقدار آن با گذشت مدت زمان اندازه گیری، افزایش می یابد.

چنانچه ماهیت صحیح بودن ابهام های فاز را نادیده بگیریم در آن صورت می توان به کمک مشاهدات پیوسته در یک زمان نسبتاً طولانی آنها را به همراه سایر مجهولات برآورد کرد. این ایده در روش های هندسی مطرح می باشد. البته توجه به صحیح بودن ماهیت ابهام های فاز به عنوان بخشی از پارامترهای مجهول در فرآیند سرشکنی کمترین مربعات، می تواند به طور قابل ملاحظه ای باعث افزایش اعتبار و صحت مجهولات گردد. به همین دلیل بکارگیری مشاهدات فاز در تعیین موقعیت بویژه تعیین موقعیت نسبی، یکی از روش های دقیق تلقی می شود.

بر اساس Seeber (2003) روش های حل ابهام فاز را می توان به دسته های زیر تقسیم کرد.

- روش های هندسی یا جستجو در فضای مختصات (coordinate domain search)
- ترکیب مشاهدات کد و فاز یا جستجو در فضای مشاهدات (observation domain search)
- روش های جستجوی ابهام فاز (ambiguity search methods)
- روش های ترکیبی (combined methods)

در این فصل ابتدا مروری بر ساختار مشاهدات فاز در سامانه های ناوبری ماهواره ای و شرط استفاده از ویژگی صحیح بودن ابهام فاز خواهیم داشت. سپس به صورت اجمالی به بررسی روش های هندسی و ترکیب مشاهدات کد و فاز می پردازیم. پس از آن به برآورد صحیح و بررسی روش LAMBDA به عنوان یکی از روش های شاخص در جستجوی ابهام فاز می پردازیم. در آخر نیز به برخی از موانع عملی موجود بر سر راه حل ابهام فاز اشاره می شود.

### ساختار مشاهدات فاز

فرض کنید  $t_r^s$  تاخیر زمانی به علت فاصله بین ماهواره  $s$  و گیرنده  $r$  در چارچوب مرجع زمان سامانه ناوبری ماهواره ای در زمان دریافت سیگنال  $t$  توسط گیرنده باشد. در این صورت موج حامل تولید شده توسط ماهواره از زمان مرجع  $t_0$  تا لحظه  $t_r^s - t_0$  به صورت زیر بیان می شود.

$$\varphi^s(t-t_r^s) = \varphi^s(t_0) + f[(t-t_r^s) + \alpha^s - (t_0 + \alpha_0^s)] \quad (13)$$

که در آن  $\varphi^s(t_0)$  فاز اولیه،  $f$  فرکانس نوسان ساز و  $\alpha^s$  خطای ساعت ماهواره می باشد.  
به طور مشابه برای موج حامل تولید شده توسط گیرنده از زمان مرجع  $t_0$  تا لحظه دریافت  $t$  می توان رابطه زیر را نوشت.

$$\varphi_r(t) = \varphi_r(t_0) + f[(t + \alpha_r) - (t_0 + \alpha_{0r})] \quad (14)$$

در نهایت گیرنده مقدار اختلاف این دو کمیت را به همراه یک مجهول صحیح ابهام فاز، اندازه گیری می کند.

$$\varphi_r^s(t) = \varphi_r(t) - \varphi^s(t-t_r^s) + N_r^s + \varepsilon(\varphi_r^s(t)) \quad (15)$$

که در آن  $N_r^s$  مجهول ابهام فاز اولیه با ماهیت یک عدد صحیح و  $\varepsilon(\varphi_r^s(t))$  نویز مشاهده فاز می باشد. با جایگذاری روابط (13) و (14) در معادله مشاهده (15) به معادله زیر می رسیم.

$$\varphi_r^s(t) = \frac{1}{\lambda} \rho_r^s(t) + f(\alpha_r - \alpha^s) + A_r^s + \varepsilon(\varphi_r^s(t)) \quad (16)$$

که در آن پارامتر  $A_r^s$  به صورت زیر بدست می آید.

$$A_r^s = [N_r^s + \varphi_r(t_0) - f\alpha_r(t_0) - \varphi^s(t_0) + f\alpha^s(t_0)] \quad (17)$$



بنابراین کمیت جدید  $A_2^2$  را می توان ابهام فاز تلقی کرد که دیگر ماهیت صحیح بودن ندارد. بنابراین در معادلات مشاهدات مطلق نمی توان از ویژگی صحیح بودن ابهام فاز به عنوان یک قید در معادلات استفاده کرد. برای رفع این مشکل با توجه به رابطه (۱۷) می توان با بکارگیری مشاهدات تفاضلی دوگانه، اربیی های ایجاد شده در مقدار ابهام فاز را حذف کرد و در نتیجه مطابق رابطه زیر مقدار ابهام فاز در معادله مشاهده تفاضلی دوگانه ماهیت صحیح بودن را پیدا می کند.

$$A_{n_2}^{s_2+s_1} = (A_{n_2}^{s_2} - A_{n_1}^{s_2}) - (A_{n_2}^{s_1} - A_{n_1}^{s_1}) = N_{n_2}^{s_2} - N_{n_1}^{s_2} - N_{n_2}^{s_1} + N_{n_1}^{s_1} = N_{n_1 n_2}^{s_2+s_1} \quad (18)$$

بنابراین بایستی توجه داشت که استفاده از قید صحیح بودن ابهام فاز فقط در مشاهدات تفاضلی دوگانه فاز معتبر است. در ادامه به بررسی روش های ابهام فاز می پردازیم.

### انواع روش های حل ابهام فاز

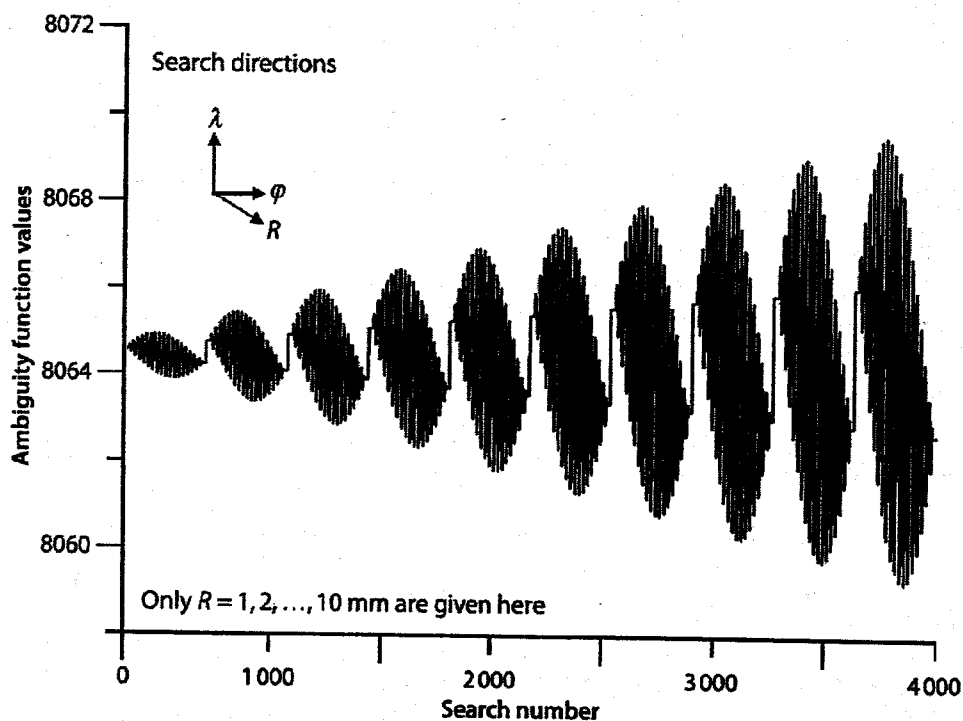
#### • روش های هندسی

اساس کار این روش ها برآورد ابهام فاز به صورت حقیقی به همراه سایر پارامترهای مجهول می باشد (Remondi, 1984). در این روش ها، بایستی از مشاهدات به صورت پیوسته استفاده شود یکی از شرایط استفاده از این روش ها تغییر هندسه ماهواره ها به میزان کافی می باشد، به این معنا که زمان لازم جهت فاصله گرفتن ماهواره از موقعیت ابتدایی آن بایستی زیاد باشد. در نتیجه جهت برآورد مقادیر ابهام فاز با استفاده از این روش ها، معمولاً بایستی اندازه گیری در یک مدت زمان نسبتاً طولانی انجام گیرد. بایستی توجه داشت که این روش ها به پدیده جهش فاز (cycle slip) حساس می باشند. همچنین این روش ها متاثر از سایر خطاها نظیر یونسفر، تروپوسفر، خطای مداری و ... نیز می باشند. اما یکی از محاسن این روش ها این است که به تعداد کمی از ماهواره ها نیاز دارد. البته بایستی توجه داشت که در این روش ها از ویژگی صحیح بودن ابهام فاز هیچگونه استفاده ای نمی شود. در نهایت با توجه به زمان کافی جهت حل ابهام فاز، مقدار برآورد شده به نزدیکترین عدد صحیح گرد می شود.

یکی از انواع روش های هندسی، روش تابع ابهام فاز می باشد. اساس کار این روش، بیشینه سازی مقدار تابع ابهام فاز می باشد که به صورت زیر بیان می شود (Remondi, 1984).

$$\sum_{k=1}^{n_k} \left| \sum_{j=1}^{n_j} \exp[2\pi i(\varphi_j(t_k) - \rho_j(t_k)/\lambda)] \right| \Rightarrow \text{Maximum} \quad (19)$$

که در آن  $n_k$  و  $n_j$  به ترتیب ایک های زمانی و تعداد ماهواره ها در هر ایک می باشد. تاکنون هیچ دلیل ریاضی جهت توجیه بیشینه سازی مقدار تابع ابهام فاز ارائه نشده است (Xu, 2007). هرچند به صورت تجربی اثبات شده است که با گذشت زمان اندازه گیری، مقدار تابع ابهام فاز زیاد می شود (نگاره ۲). امروزه از این روش استفاده چندانی نمی شود.



نگاره ۲- افزایش تابع ابهام فاز در طول مدت زمان اندازه گیری

• ترکیب مشاهدات کد و فاز

اولین بار Melbourne و دیگران در سال 1985 و Wubben در همان سال به طور مستقل از یکدیگر، ایده ترکیب مشاهدات کد و فاز را به عنوان روشی نوین جهت حل ابهام فاز ارائه کردند. اساس کار در این روش، استفاده از ترکیب تفاضلی مشاهده فاز و کد به صورت زیر است.

$$\Phi_r^s - P_r^s = \lambda N_r^s + dr + \varepsilon \quad (20)$$

که در آن  $P_r^s$  و  $\Phi_r^s$  به ترتیب مشاهده کد و فاز و  $dr$  باقیمانده خطاهای مختلف اثر گذار بر مشاهدات می باشند. همانگونه که از معادله (20) پیداست، این ترکیب مستقل از هندسه گیرنده و ماهواره است و به همین دلیل گاهی روش مستقل از هندسه نیز نامیده می شود. در این روش فرض بر این است که مشاهده کد و فاز هم دقت می باشد که در نتیجه این فرض، بایستی گیرنده با سطح نویز پایین جهت اندازه گیری مشاهدات کد موجود باشد. همچنین بسته به قدرت تفکیک مورد نیاز و توانایی حل ابهام فاز به ترتیب از ترکیبات نوار باریک (Narrow lane) و نوار پهن (Wide lane) استفاده می شود. یکی از مهمترین شاخص های این روش، امکان حل ابهام فاز در طول مبنا های بلند می باشد. باید توجه نمود که این روش نسبت به خطای چند مسیری حساس می باشد.

• روش های جستجوی ابهام فاز

امروزه این روش ها از متداولترین روش های حل ابهام فاز می باشند. اساس کار در این روش ها استفاده از نظریه برآورد عدد صحیح می باشد. در این روش ها، ابتدا مقادیر ابهام فاز به همراه سایر مجهولات به صورت حقیقی برآورد می شوند، سپس این مقادیر حقیقی به مقادیر صحیح نگاشت می شوند و در آخر نیز سایر پارامترها با توجه به مقادیر صحیح ابهام فاز، تصحیح می شوند. از ویژگی های این روش ها، سریع بودن و در نتیجه قابلیت بکارگیری آنها در روش های تعیین موقعیت کینماتیک می باشد. البته باید توجه داشت که این روشها نیز به خطا های سیستماتیک حساس هستند.

انواع این روش ها در جدول (۴) آمده است. در میان این روش ها، روش FARA و روش LAMBDA از اهمیت بالایی برخوردار هستند و به همین دلیل در ادامه به بررسی روش LAMBDA می پردازیم.

جدول ۴- روش های مختلف جستجوی ابهام فاز برای حل ابهام فاز

Method	Name	References
Least-Squares Ambiguity Search Technique	LSAST	Hatch (1990)
Fast Ambiguity Resolution Approach	FARA	Frei and Beutler (1990)
Modified Cholesky decomposition		Euler and Landau (1992)
Least-squares AMBIGUITY Decorrelation Adjustment	LAMBDA	Teunissen (1993)
Null method		Martín-Neira et al. (1995); Fernández-Plazaola et al. (2004)
Fast Ambiguity Search Filter	FAF	Chen and Lachapelle (1995)
Three Carrier Ambiguity Resolution	TCAR	Harris (1997)
Integrated TCAR		Vollath et al. (1998)
Optimal Method for Estimating GPS Ambiguities	OMEGA	Kim and Langley (1999)
Cascade Integer Resolution	CIR	Jung et al. (2000)

• برآورد عدد صحیح بروش LAMBDA

اساس این روش بکارگیری روش سرشکنی کمترین مربعات در همبستگی زدایی ابهام فاز است (Teunissen, 1993). در ابتدا برای حل همزمان مجهولات ابهام فاز و سایر مجهولات باید دستگاه معادلات زیر را در نظر گرفت.

$$\underline{y} = \underline{A}x + \underline{A}_N N \quad (21)$$

که در آن  $\underline{y}$  بردار کمیت های مشاهداتی نظیر مشاهدات تفاضلی دوگانه،  $\underline{A}$  و  $\underline{A}_N$  ماتریس های طرح مدل،  $\underline{N}$  بردار ابهام فازهای مجهول و  $x$  بردار سایر پارامترها مجهول نظیر مولفه های طول مبنا یا

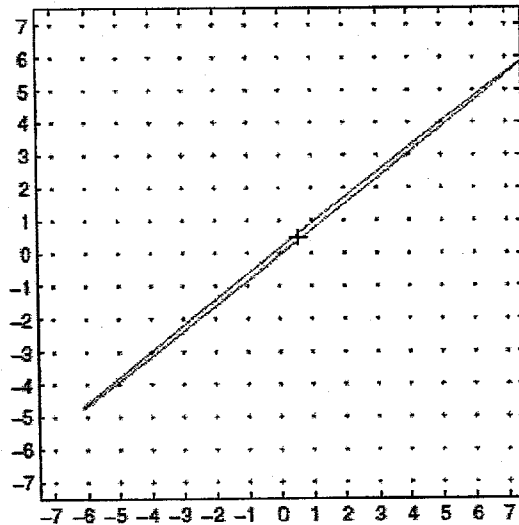
همان بردار اختلاف مختصات ها می باشد. بایستی توجه داشت که در این دستگاه برخی از پارامترها نظیر ابهام فازها، اعدادی صحیح می باشند و نمی توان به شیوه معمول کمترین مربعات، مقادیر آنها را برآورد کرد. همانطور که قبلا گفته شد در مرحله اول مجموعه تمام مجهولات به روش معمول کمترین مربعات برآورد می شوند که به جواب های شناور (float solution) معروف هستند که به همراه ماتریس وریانس کوریانس بردار مجهولات به صورت زیر بیان می شوند.

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{N} \end{bmatrix}, \underline{C} = \begin{bmatrix} C_{\hat{x}\hat{x}} & C_{\hat{x}\hat{N}} \\ C_{\hat{N}\hat{x}} & C_{\hat{N}\hat{N}} \end{bmatrix} \quad (22)$$

حال بایستی یک نگاهت بیابیم که جواب های شناور ابهام فاز را به مقادیر صحیح تبدیل کند. لذا از ایده کمینه سازی وزندار اختلاف جواب های شناور ابهام فاز ( $\hat{N}$ ) و جواب های صحیح ابهام فاز ( $N$ ) استفاده می کنیم.

$$(\hat{N} - N)^T \underline{C}_r^{-1} (\hat{N} - N) = \min \quad (23)$$

بنابراین یک راه حل ساده برای نیل به مقصود فوق، گرد کردن هر یک از جواب های شناور به نزدیکترین عدد صحیح بدون در نظر گرفتن همبستگی بین آنها می باشد. اما راه حل مناسب تر، گرد کردن جواب های شناور با در نظر گرفتن همبستگی بین مقادیر ابهام فاز می باشد. معمولاً ماتریس وریانس وریانس  $\underline{C}_r$  یک ماتریس پر است که بیانگر همبستگی بین مقادیر ابهام فاز برآورد شده است. در عمل فضای جستجو به علت همبستگی زیاد بین مقادیر شناور ابهام فاز به یک ابر بیضوی بسیار کشیده تبدیل می شود که جستجو را وقت گیر و حتی غیر ممکن می سازد. نمونه چنین فضای جستجو می توان برای حالت دو بعدی در نگاره (۳) دید.



نگاره ۳- فضای جستجو در حالتی که همبستگی بین ابهام فاز های شناور زیاد باشد

هدف در روش LAMBDA یافتن الگوریتمی سریع و در عین حال دقیق می باشد. یک راه حل ممکن، بکارگیری یک تبدیل جهت کاهش همبستگی می باشد. با توجه به متقارن بودن ماتریس وریانس کوریانس، می دانیم که می توان یک تبدیل بدست آورد که به صورت کامل، همبستگی بین مجهولات را از بین ببرد، حال آنکه برای مجاز بودن این تبدیل بایستی اعداد صحیح به اعداد صحیح نگاشته شوند که شرط آن، صحیح بودن همه المان های آن تبدیل است. در نتیجه به صورت کامل نمی توان همبستگی را از بین برد، بلکه تنها می توان آن را کاهش داد. این تبدیل به تبدیل عدد صحیح گوس معروف است.

برای رسیدن به یک ماتریس وریانس کوریانس با همبستگی کاهش یافته می توان از یک ماتریس

تبدیل مانند  $Z$  استفاده کرد.

$$\underline{N}' = \underline{Z}\underline{N}$$

(۲۴)

$$\underline{\hat{N}}' = \underline{Z}\underline{\hat{N}}$$

$$\underline{C}_{\hat{N}'} = \underline{C}_{\hat{N}}\underline{Z}^T$$

البته همانطور که گفته شد، باید توجه نمود که این ماتریس تبدیل ماهیت صحیح بودن ابهام فازها

را حفظ نماید. لذا ماتریس تبدیل  $\underline{Z}$  باید سه شرط زیر را تامین نماید.

(۱) درایه های ماتریس تبدیل  $\underline{Z}$  باید اعداد صحیح باشند.

(۲) تبدیل باید حجم (فضای جستجو) را حفظ نماید. برای مثال در حالت دو بعدی سطح جستجو

یک بیضی خواهد بود که باید ثابت باقی بماند.

(۳) تبدیل باید حاصل ضرب تمام وریانس های ابهام فازها را کاهش دهد.

تبدیل گوس یکی از تبدیل هایی است که هر سه شرط فوق را داراست که در حالت دو بعدی به

صورت زیر نمایش داده می شود.

$$\underline{Z}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \alpha_1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \alpha_1 = -INT(\sigma_{\hat{N}_1\hat{N}_2} / \sigma_{\hat{N}_1}^2) \quad (25)$$

با توجه به این واقعیت که نقش دو ابهام  $\hat{N}_1$  و  $\hat{N}_2$  را می توان با یکدیگر عوض نمود یا به عبارت

بهتر فقط یکی از آنها تبدیل نمود، رابطه (۲۵) به صورت زیر هم قابل نمایش است.

$$\underline{Z}_2 = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \alpha_2 = -INT(\sigma_{\hat{N}_1\hat{N}_2} / \sigma_{\hat{N}_2}^2) \quad (26)$$

عملگر  $INT$  در روابط (۲۵) و (۲۶) گویای گرد کردن به نزدیکترین عدد صحیح است. چنانچه از

رابطه (۲۶) استفاده نماییم، ابهام فازهای تبدیل یافته از رابطه زیر به دست می آیند.

$$\begin{bmatrix} \hat{N}'_1 \\ \hat{N}'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -INT(\sigma_{\hat{N}_1\hat{N}_2} / \sigma_{\hat{N}_2}^2) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{N}_1 \\ \hat{N}_2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

به عنوان یک مثال، در نظر بگیرید که پس از سرشکنی کمترین مربعات، ابهام فازهای شناور و ماتریس وریانس کوریانس آنها به شرح زیر به دست آمده اند.

$$\hat{N} = \begin{bmatrix} \hat{N}_1 \\ \hat{N}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.05 \\ 1.30 \end{bmatrix}$$

$$\underline{C}_{\hat{N}} = \begin{bmatrix} \sigma_{\hat{N}_1}^2 & \sigma_{\hat{N}_1\hat{N}_2} \\ \sigma_{\hat{N}_1\hat{N}_2} & \sigma_{\hat{N}_2}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 53.4 & 38.4 \\ 38.4 & 28.0 \end{bmatrix}$$

از آنجا که وریانس ابهام فاز شناور  $\hat{N}_1$  بزرگتر از  $\hat{N}_2$  است ( $\sigma_{\hat{N}_1}^2 > \sigma_{\hat{N}_2}^2$ )، ترجیحا ابهام فاز شناور

$\hat{N}_2$  را بدون تغییر رها کرده و ابهام فاز شناور  $\hat{N}_1$  را بر اساس  $\underline{Z}_2$  تبدیل می کنیم.

$$\alpha_2 = -NT(\sigma_{\hat{N}_1\hat{N}_2} / \sigma_{\hat{N}_2}^2) = -INT(38.4/28.0) = -1$$

$$\underline{Z}_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{C}_{\hat{N}'} = \underline{Z}_2 \underline{C}_{\hat{N}} \underline{Z}_2^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 53.4 & 38.4 \\ 38.4 & 28.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{C}_{\hat{N}'} = \begin{bmatrix} 4.6 & 10.4 \\ 10.4 & 28.0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{N}'_1 \\ \hat{N}'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -INT(\sigma_{\hat{N}_1\hat{N}_2} / \sigma_{\hat{N}_2}^2) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{N}_1 \\ \hat{N}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.05 \\ 1.30 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{N}'_1 \\ \hat{N}'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.25 \\ 1.30 \end{bmatrix}$$



$$\underline{r}_k = \begin{bmatrix} r_k \cos f_k \\ r_k \sin f_k \\ 0 \end{bmatrix} \quad (57)$$

۱۱- تبدیل مختصات مداری ماهواره به مختصات فضا چسب:

$$\underline{\rho}_k = \underline{R} \underline{r}_k \quad (57)$$

که ماتریس دوران  $\underline{R}$  به صورت زیر معرفی می شود.

X

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} \cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \sin \omega \cos i & -\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos \omega \cos i & \sin \Omega \sin i \\ \sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \sin \omega \cos i & -\sin \Omega \sin \omega - \cos \Omega \cos \omega \cos i & -\cos \Omega \sin i \\ \sin \omega \sin i & \cos \omega \sin i & \cos i \end{bmatrix}$$

در نهایت برای تبدیل بردار مختصات ماهواره از دستگاه مختصات فضا چسب به دستگاه مختصات زمینی

قراردادی از پارامترهای توجیه زمین ( $GAST = \theta$ ) استفاده می شود.

یک توضیح مختصر از ساختار اطلاعات مداری در پیام های ناوبری در فرمت RINEX به صورت زیر در

جدول (۳) دیده می شود. برای توضیح بیشتر به <http://www.ngs.noaa.gov/CORS/Rinex2.html>

مراجعه نمایید.

جدول ۳- ساختار اطلاعات مداری در پیام های ناوبری در فرمت RINEX

TABLE A4 GPS NAVIGATION MESSAGE FILE - DATA RECORD DESCRIPTION		
OBS. RECORD	DESCRIPTION	FORMAT
PRN / EPOCH / SV CLK	- Satellite PRN number	I2,
	- Epoch: Toc - Time of Clock year (2 digits, padded with 0 if necessary)	1X, I2.2,
	month	1X, I2,
	day	1X, I2,
	hour	1X, I2,
	minute	1X, I2,
	second	F5.1,
	- SV clock bias (seconds)	3D19.12
	- SV clock drift (sec/sec)	
	- SV clock drift rate (sec/sec2)	
BROADCAST ORBIT - 1	- IODE Issue of Data, Ephemeris (meters)	3X, 4D19.12
	- Delta n (radians/sec)	
	- M0 (radians)	
BROADCAST ORBIT - 2	- Cuc (radians)	3X, 4D19.12
	- e Eccentricity	
	- Cus (radians)	
	- sqrt(A) (sqrt(m))	
BROADCAST ORBIT - 3	- Toe Time of Ephemeris (sec of GPS week)	3X, 4D19.12
	- Cic (radians)	
	- OMEGA (radians)	
	- CIS (radians)	
BROADCAST ORBIT - 4	- i0 (radians)	3X, 4D19.12
	- Crc (meters)	
	- omega (radians)	
	- OMEGA DOT (radians/sec)	
BROADCAST ORBIT - 5	- IDOT (radians/sec)	3X, 4D19.12
	- Codes on L2 channel	
	- GPS Week # (to go with TOE) Continuous number, not mod(1024)!	
	- L2 P data flag	
BROADCAST ORBIT - 6	- SV accuracy (meters)	3X, 4D19.12
	- SV health (bits 17-22 w 3 sf 1)	
	- TGD (seconds)	
	- IODC Issue of Data, Clock	
BROADCAST ORBIT - 7	- Transmission time of message *) (sec of GPS week, derived e.g. from Z-count in Hand Over Word (HOW))	3X, 4D19.12
	- Fit interval (hours) (see ICD-GPS-200, 20.3.4.4) Zero if not known	
	- spare	
	- spare	

مدل ریاضی تعیین موقعیت نقطه ای با سنجه فاز (1 ایل)

برای سنجه فاز در هر لحظه معادله مشاهده ساده شده زیر را مجددا در نظر می گیریم که حاوی مجهولات مختصات ایستگاه  $(X_i, Y_i, Z_i)$ ، ابهام فاز اولیه بین گیرنده و ماهواره  $(N_i')$  و ساعت گیرنده  $(\alpha_i)$  می باشد.

$$\Phi_i'(t) = \rho_i'(t) + \lambda N_i' + c\alpha_i(t) \quad (58)$$

فرآیند تعیین موقعیت در این حالت شبیه حالت قبلی است. اگر در معادله فاز حامل جمله  $\rho_i'(t)$  را خطی کنیم و سپس عبارات معلوم را به سمت چپ منتقل کنیم به رابطه زیر خواهیم رسید.

x

$$\Phi_i'(t) - \rho_0'(t) = -\frac{X_i'(t) - X_0}{\rho_0'(t)} \Delta X_i - \frac{Y_i'(t) - Y_0}{\rho_0'(t)} \Delta Y_i - \frac{Z_i'(t) - Z_0}{\rho_0'(t)} \Delta Z_i + \lambda N_i' + c\alpha_i(t) \quad (59)$$

با مقایسه معادله فوق با معادله متناظر با آن برای سنجه کد متوجه می شویم که تعداد مجهولات بوسیله ابهام های فاز اولیه افزایش پیدا می کند. با در نظر گرفتن نمادهایی مشابه حالت سنجه کد برای مشتقات جزئی و اختلاف مشاهدات فاز و فواصل تقریبی، معادله فوق را به صورت زیر نمایش می دهیم.

$$l_i'(t) = a_{X_i}' \Delta X_i + a_{Y_i}' \Delta Y_i + a_{Z_i}' \Delta Z_i + \lambda N_i' + c\alpha_i(t) \quad (60)$$

که در آن