$$l_i^j(t) = \Phi_i^j(t) - \rho_0^j(t) \qquad (۶۱)$$
$$a_{Xi}^j = -\frac{X^j(t) - X_0}{\rho_0^j(t)}$$
$$a_{Yi}^j = -\frac{Y^j(t) - Y_0}{\rho_0^j(t)}$$
$$a_{Zi}^j = -\frac{Z^j(t) - Z_0}{\rho_0^j(t)}$$

حال به طور کلاسیک با در نظر گرفتن چهار ماهواره ($j = 1,2,3,4$) معادلات مشاهدات مربوط به آن را به صورت زیر می نویسیم.

×

$$\begin{aligned}
l_i^1(t) &= a_{Xi}^1 \Delta X_i + a_{Yi}^1 \Delta Y_i + a_{Zi}^1 \Delta Z_i + \lambda N_i^1 + c\delta t_i(t) \qquad (۶۲)\\
l_i^2(t) &= a_{Xi}^2 \Delta X_i + a_{Yi}^2 \Delta Y_i + a_{Zi}^2 \Delta Z_i + \lambda N_i^2 + c\delta t_i(t)\\
l_i^3(t) &= a_{Xi}^3 \Delta X_i + a_{Yi}^3 \Delta Y_i + a_{Zi}^3 \Delta Z_i + \lambda N_i^3 + c\delta t_i(t)\\
l_i^4(t) &= a_{Xi}^4 \Delta X_i + a_{Yi}^4 \Delta Y_i + a_{Zi}^4 \Delta Z_i + \lambda N_i^4 + c\delta t_i(t)
\end{aligned}$$

ساختار ماتریسی معادلات فوق به صورت زیر خواهد بود.

$$\underline{L} = \underline{AX} \qquad (۶۳)$$

که عناصر $\underline{L}$، $\underline{A}$ و $\underline{X}$ به صورت زیر می باشند.

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} \Phi_i^1(t) - \rho_0^1(t) \\ \Phi_i^2(t) - \rho_0^2(t) \\ \Phi_i^3(t) - \rho_0^3(t) \\ \Phi_i^4(t) - \rho_0^4(t) \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}=\begin{bmatrix} -\dfrac{X^1(t)-X_0}{\rho_0^1(t)} & -\dfrac{Y^1(t)-Y_0}{\rho_0^1(t)} & -\dfrac{Z^1(t)-Z_0}{\rho_0^1(t)} & \lambda & 0 & 0 & 0 & c \\ -\dfrac{X^2(t)-X_0}{\rho_0^2(t)} & -\dfrac{Y^2(t)-Y_0}{\rho_0^2(t)} & -\dfrac{Z^2(t)-Z_0}{\rho_0^2(t)} & 0 & \lambda & 0 & 0 & c \\ -\dfrac{X^3(t)-X_0}{\rho_0^3(t)} & -\dfrac{Y^3(t)-Y_0}{\rho_0^3(t)} & -\dfrac{Z^3(t)-Z_0}{\rho_0^3(t)} & 0 & 0 & \lambda & 0 & c \\ -\dfrac{X^4(t)-X_0}{\rho_0^4(t)} & -\dfrac{Y^4(t)-Y_0}{\rho_0^4(t)} & -\dfrac{Z^4(t)-Z_0}{\rho_0^4(t)} & 0 & 0 & 0 & \lambda & c \end{bmatrix}$$

۸ مجهول

چهار معادله

یک اپوک

یک گیرنده چهار ماهواره

در تعیین موقعیت مطلق یک گیرنده داریم

۴ معادله و ۸ مجهول قابل حل نیست باید ؟

$$\underline{X}=\begin{bmatrix} \Delta X_i \\ \Delta Y_i \\ \Delta Z_i \\ N_i^1 \\ N_i^2 \\ N_i^3 \\ N_i^4 \\ \delta t_i(t) \end{bmatrix}$$

اختلاف مختصات

ابهام فاز

خطای ساعت گیرنده

از معادلات فوق به روشنی پیداست که با چهار معادله مشاهده نمی‌توان هشت مجهول را بدست آورد. این نکته مشخص می‌کند که تعیین موقعیت نقطه ای با استفاده از فاز حامل نمی تواند بصورت آنی بکار رود زیرا اضافه نمودن هر اپک باعث افزایش شدن یک مجهول جدید به دلیل خطای ساعت گیرنده می‌شود. بنابراین برای دو اپک زمانی ۹ مجهول در ازای ۸ معادله مشاهده خواهیم داشت که قابل حل نمی باشد. چنانچه مسئله را برای سه اپک در نظر بگیریم، در آن صورت ۱۲ معادله مشاهده و ۱۰ مجهول خواهیم داشت که به روش سرشکنی کمترین مربعات می توانیم به مجهولات دست یابیم. در این حالت ۱۰مجهول عبارتند از سه تصحیح مربوط به مختصات گیرنده ($\Delta X_i, \Delta Y_i, \Delta Z_i$)، چهار مجهول مربوط به ابهام های فاز اولیه چهار ماهواره ($N_i^1, N_i^2, N_i^3, N_i^4$) و سه مجهول مربوط به خطاهای ساعت گیرنده در سه اپک ($\delta t_i(t_1), \delta t_i(t_2), \delta t_i(t_3)$). بنابراین با فرض سه اپک مشاهده و توجه به خطاهای باقیمانده در مشاهدات ($\underline{r}$)، می توان رابطه زیر را برای سرشکنی تنظیم نمود.

• مدل ریاضی تعیین موقعیت تفاضلی با سنجه فاز (۳ اپک)

$$\underline{L}+\underline{r}=\underline{A}\underline{X} \tag{۶۴}$$

$$\hat{\underline{X}}=(A^TPA)^{-1}A^TPL$$

که در آن عناصر $\underline{L}$، $\underline{A}$ و $\underline{X}$ به صورت زیر تغییر می یابند.

۳ اپک

ابهام فاز تا زمانی که ارتباط با ماهواره قطع نشود اپک ثابت می ماند

خطای ساعت گیرنده برای هر اپک باید جداگانه

۱۰ مجهول داریم

X

$$\underline{L}=\begin{bmatrix}\Phi_i^1(t_1)-\rho_0^1(t_1)\\ \Phi_i^2(t_1)-\rho_0^2(t_1)\\ \Phi_i^3(t_1)-\rho_0^3(t_1)\\ \Phi_i^4(t_1)-\rho_0^4(t_1)\\ \Phi_i^1(t_2)-\rho_0^1(t_2)\\ \Phi_i^2(t_2)-\rho_0^2(t_2)\\ \Phi_i^3(t_2)-\rho_0^3(t_2)\\ \Phi_i^4(t_2)-\rho_0^4(t_2)\\ \Phi_i^1(t_3)-\rho_0^1(t_3)\\ \Phi_i^2(t_3)-\rho_0^2(t_3)\\ \Phi_i^3(t_3)-\rho_0^3(t_3)\\ \Phi_i^4(t_3)-\rho_0^4(t_3)\end{bmatrix}$$

اپک۱ اپک۲ اپک۳

Δt Δt Δt

$$\underline{A}=\begin{bmatrix}a_{Xi}^1(t_1) & a_{Yi}^1(t_1) & a_{Zi}^1(t_1) & \lambda & 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0\\ a_{Xi}^1(t_1) & a_{Yi}^1(t_1) & a_{Zi}^1(t_1) & 0 & \lambda & 0 & 0 & c & 0 & 0\\ a_{Xi}^1(t_1) & a_{Yi}^1(t_1) & a_{Zi}^1(t_1) & 0 & 0 & \lambda & 0 & c & 0 & 0\\ a_{Xi}^1(t_1) & a_{Yi}^1(t_1) & a_{Zi}^1(t_1) & 0 & 0 & 0 & \lambda & c & 0 & 0\\ a_{Xi}^1(t_2) & a_{Yi}^1(t_2) & a_{Zi}^1(t_2) & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0\\ a_{Xi}^1(t_2) & a_{Yi}^1(t_2) & a_{Zi}^1(t_2) & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & c & 0\\ a_{Xi}^1(t_2) & a_{Yi}^1(t_2) & a_{Zi}^1(t_2) & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 & c & 0\\ a_{Xi}^{\prime}(t_2) & a_{Yi}^1(t_2) & a_{Zi}^1(t_2) & 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & c & 0\\ a_{Xi}^1(t_3) & a_{Yi}^1(t_3) & a_{Zi}^1(t_3) & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c\\ a_{Xi}^1(t_3) & a_{Yi}^1(t_3) & a_{Zi}^1(t_3) & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & c\\ a_{Xi}^1(t_3) & a_{Yi}^1(t_3) & a_{Zi}^1(t_3) & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & c\\ a_{Xi}^1(t_3) & a_{Yi}^1(t_3) & a_{Zi}^1(t_3) & 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 & c\end{bmatrix}$$

۲ درجه آزادی

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} \Delta X_i \\ \Delta Y_i \\ \Delta Z_i \\ N_i^1 \\ N_i^2 \\ N_i^3 \\ N_i^4 \\ \delta t_i(t_1) \\ \delta t_i(t_1) \\ \delta t_i(t_1) \end{bmatrix}$$

با اضافه شدن هر ماهواره جدید یک ابهام فاز اضافه می‌شود

از طرفی با توجه به وجود مشاهدات اضافی و وزن های متفاوت برای هر مشاهده ($\underline{P}$) مجبور به استفاده از روش کمترین مربعات و سرشکنی خطاها هستیم.

$$\hat{\underline{X}} = \left(\underline{A}^T \underline{PA}\right)^{-1} \underline{A}^T \underline{PL} \qquad (۶۵)$$